

## PREDICTING STOCK MARKET BEHAVIOR BY COMBINING MULTILAYER PERCEPTRON NEURAL NETWORKS AND DYNAMIC MODE DECOMPOSITION

ROYA KARIMKHANI<sup>1</sup>, YOUSEF EDRISI TABRIZ<sup>2</sup> AND GHASEM AHMADI<sup>1\*</sup>

**ABSTRACT.** The stock market acts as an indicator of the overall health of the economy, and its proper performance indicates growth in businesses and the expansion of the economy. In this research, based on Dynamic Mode Decomposition (DMD) and Multilayer Perceptron (MLP) neural network, a new hybrid method is presented for stock market forecasting. This hybrid method (DMD-MLP) extracts dominant and consistent data and uses them to predict the upward or downward trend of stock prices. To prove the effectiveness of this method, examples of different groups of the stock market have been presented, where in them, there are bullish, bearish, or neutral behaviors. These examples include Iran Gelatin Capsule Production, Ofogh Kourosh, Day Bank, Mellat Bank, Dana Insurance, and Pasargad Bank. The results show that the proposed method performs better than the MLP neural network in predicting the movements of the stock market, and the use of the DMD algorithm in MLP has a significant effect on improving predictions.

### 1. Introduction

The stock market plays a crucial role in economic dynamism and business development. It provides an opportunity for companies to attract the financial resources they need from investors by issuing

---

Keywords: Stock market, multilayer perceptron neural network, singular value decomposition, dynamic mode decomposition.

Article Type: Research Paper.

Communicated by Soghra Nobakhtian.

\*Corresponding author.

Received: 01-10-2024, Accepted: 08-06-2025, Published Online: 21-07-2025.

**Cite this article:** R. Karimkhani, Y. Edrisi Tabriz and G. Ahmadi, Predicting stock market behavior by combining multilayer perceptron neural networks and dynamic mode decomposition, *Mathematics and Society*, **11** no. 2 (2026) 11–40. <http://dx.doi.org/10.22108/msci.2025.142940.1697> .



shares, and to utilize this capital for launching new projects, expanding operations, and creating employment opportunities. As a result, the performance of the stock market directly affects economic growth and wealth distribution in society.

The primary objective of stock price prediction algorithms is to provide accurate and optimized analyses to select a portfolio of stocks that yields the highest return for investors. These algorithms aim to forecast future price behaviors by analyzing historical data and employing mathematical models and machine learning techniques. Forecasting tools based on artificial intelligence and neural networks assist investors in choosing stocks that are likely to perform better in the future.

One of the most widely used machine learning techniques for analyzing and forecasting financial data is the Multilayer Perceptron (MLP) neural network. MLPs are highly capable of modeling complex and nonlinear patterns. The introduction of the single-layer perceptron by Rosenblatt in 1957 marked the beginning of artificial neural networks (ANNs) [21]. However, after Minsky and Papert's criticisms in 1969 concerning the limitations of the single-layer perceptron, attention shifted toward multilayer networks [15]. Due to their ability to understand and detect complex patterns, MLPs are considered one of the main tools for analyzing complex datasets, particularly in the financial domain.

Recent studies highlight the widespread use of neural networks for stock price prediction. For instance, Pakdaman Naeini et al. employed MLPs and Recurrent Neural Networks (RNNs) for stock price forecasting [18]. In 2018, Achkar et al. compared BPA-MLP and LSTM-RNN methods, evaluating their respective strengths and weaknesses [1]. In 2021, Doaei et al. proposed a model that combines MLP and metaheuristic algorithms to predict daily stock prices in the Tehran Stock Exchange [6]. Recently, a hybrid model based on MLP has been used for stock price prediction [27]. In another study, RNNs were utilized for this task [14]. In 2023, Kurani et al. reviewed neural networks used for stock price prediction [9], and [19] provided a review of neural networks applied in forecasting stock market movements.

On the other hand, the Dynamic Mode Decomposition (DMD) method has been developed since the 1930s as a tool for dynamic system analysis and data dimensionality reduction. It has recently emerged as a prominent method for analyzing financial data [12, 22, 26]. DMD identifies spatial and temporal patterns in data, enabling a more precise analysis of financial market fluctuations [16]. Kutz et al. extended the theoretical foundations of DMD, introducing novel algorithms that have expanded the applicability of this method [13]. In 2019, Brunton et al. published a comprehensive book on the applications of DMD in dynamical systems [20]. More recently, in 2023, Karimkhani et al. improved the performance of LSTM<sup>1</sup> networks by integrating them with DMD for forecasting financial market behavior [11].

---

<sup>1</sup>Long Short-Term Memory



Given the complexity and volatility of financial markets, accurate stock price forecasting remains one of the key challenges in the fields of machine learning and data science. Although traditional models such as MLP are still widely used, modern hybrid approaches can significantly enhance the performance of these networks in practical applications. This paper introduces a hybrid DMD-MLP model based on MLP and DMD and employs it to forecast stock prices in the stock market. By analyzing historical data and existing patterns, this method enhances the prediction accuracy of MLP and supports investors in making more informed and precise decisions.

## 2. Main Results

Recent studies have shown that financial markets often lack correlation among their signal samples. This can affect the accuracy of neural network models such as MLP in forecasting market trends. To address this issue, a hybrid method called DMD-MLP is proposed, offering a more practical approach to predict the upward or downward movement of stock prices. Recently, a combination of the DMD method and LSTM networks has been introduced for financial market prediction [11]. This section describes the MLP, DMD method, the proposed DMD-MLP algorithm, and the experimental results.

**2.1. Multilayer Perceptron (MLP).** ANNs are a key and widely used subfield of artificial intelligence and machine learning. These networks consist of interconnected processing units called neurons, organized hierarchically in layers with weighted connections [8]. The main goal of ANNs is to learn complex patterns and relationships within data through a training process to create a mapping from inputs to outputs.

Neural networks are especially effective in nonlinear and complex problems where traditional modeling approaches are inadequate. They can extract hidden features from input data and establish appropriate mappings to outputs. This capability has made neural networks widely applicable in many areas [7].

In recent years, neural networks have attracted significant attention for time series forecasting due to their high capability in modeling nonlinear relationships and extracting complex patterns. Their flexible structure enables them to learn hidden dependencies between past and future observations without relying on rigid statistical assumptions.

The MLP neural network, as an advanced model in supervised machine learning, is widely used for classification and prediction problems. Due to its complex structure, this type of network has a high capability to learn nonlinear patterns and extract complex features from data.

The MLP network consists of at least three layers:

- Input Layer: This layer receives the input features.
- Hidden Layer(s): These typically include multiple layers with varying numbers of nodes.

- **Output Layer:** This layer transforms the information extracted by the hidden layers into the final output.

Due to its high computational power and adaptability to complex data, the MLP network is commonly used in pattern recognition, prediction, imaging, and data analysis problems. It is known as a powerful tool in many scientific and industrial fields and plays a significant role in the advancement of modern technologies.

**2.2. Dynamic Mode Decomposition (DMD).** DMD method, introduced by Schmid [22], was initially developed in fluid dynamics. The DMD technique builds upon Proper Orthogonal Decomposition (POD), utilizing efficient computations similar to Singular Value Decomposition (SVD), and tries to provide effective dimensionality reduction.

DMD is a data analysis technique used to extract and identify coherent spatiotemporal patterns from time-dependent data. It is beneficial for analyzing systems with dynamic behavior, such as fluid flow, vibrations, or other physical processes. DMD operates on time-series data and aims to decompose the system into its underlying dynamic modes. These dynamic modes are characterized by their eigenvalues and eigenvectors, which describe the frequencies and spatial structures of the patterns. The DMD algorithm is inherently data-driven and begins by measuring the system's state variables at sequential time intervals. These instantaneous data are then used to construct a matrix, and SVD is applied. The SVD method provides a foundation for identifying dynamic modes and their associated amplitudes.

Once the dynamic modes are extracted, they can be used to reconstruct the original data or to forecast the system's future behavior. This algorithm is applied across various domains, such as fluid dynamics, neuroscience, structural dynamics, and video processing, enabling the extraction of meaningful information from complex high-dimensional datasets.

To explain the relations of the DMD algorithm, consider the following dynamical system:

$$(2.1) \quad \frac{dx}{dt} = f(x, t; \mu),$$

where  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  denotes the system states at time  $t$ ,  $\mu$  contains system parameters, and  $f$  denotes the system dynamics. The vector  $x$  is typically high-dimensional, with  $n \gg 1$ , often arising from the discretization of a partial differential equation. The continuous-time system in (2.1) induces a discrete-time representation by sampling the system at intervals of  $\Delta t$ , such that  $x_k = x(k\Delta t)$ . The resulting discrete-time system is:

$$(2.2) \quad x_{k+1} = F(x_k).$$

Analytical solutions for the nonlinear system in (2.1) are generally not available. Therefore, numerical approaches are used to predict future states. The DMD algorithm operates using observational



data, even in cases where  $f$  is unknown, relying solely on data to approximate dynamics and forecast future states. DMD approximates the system by a linear dynamical system:

$$(2.3) \quad \frac{dx}{dt} = Ax,$$

with the initial condition  $x(0) = x_0$ . Accordingly, we have [13]:

$$(2.4) \quad x(t) = \sum_{k=1}^n \phi_k \exp(\omega_k t) b_k,$$

where  $\phi_k$  and  $\omega_k$  are the eigenvectors and eigenvalues of matrix  $A$ , respectively, and  $b_k$  are the coordinates of  $x(0)$  in the eigenvector basis. Let

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n], \quad \Omega = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_n), \quad b = [b_1, \dots, b_n]^T,$$

then we have:

$$(2.5) \quad x(t) = \Phi \exp(\Omega t) b.$$

Based on the continuous-time linear system (2.3), we define the discrete-time system as:

$$(2.6) \quad x_{k+1} = Ax_k.$$

This system can be represented as:

$$(2.7) \quad x_k = \sum_{j=1}^r \phi_j \lambda_j^k b_j,$$

where  $\lambda_j$  and  $\phi_j$  are the eigenvalues and eigenvectors of matrix  $A$ , and  $b_j$  are the projections of initial state  $x_1$  on the eigenvector basis. Let

$$\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_r], \quad \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_r), \quad b = [b_1, \dots, b_r]^T,$$

then

$$(2.8) \quad x_k = \Phi \Lambda^k b,$$

and consequently,  $x_1 = \Phi b$ .

The DMD algorithm yields a low-rank eigendecomposition of the matrix  $A$  that optimally fits the measurements  $x_k$  for  $k = 1, 2, \dots, m$ , by minimizing the least squares error:

$$(2.9) \quad \|x_{k+1} - Ax_k\|_2$$

for all  $k = 1, 2, \dots, m - 1$ . This approximation is optimal within the sampling window where  $A$  is constructed and can be used not only for forecasting but also for decomposing the system dynamics into different time scales.

The main objective here is to obtain an optimal matrix  $A$  to approximate equations (2.6) and (2.7). To minimize the error in (2.9) for all measurements, the  $m$  data points are arranged into two matrices  $X$  and  $X'$ . We can partition the large data matrix as follows:

$$(2.10) \quad X = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_{m-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$

$$(2.11) \quad X' = \begin{bmatrix} | & | & & | \\ x'_1 & x'_2 & \cdots & x'_{m-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$

The data under consideration are likely generated by a nonlinear dynamical system. Our objective is to identify an optimal linear approximation of this system. This linear model, as expressed in equation (2.6), can be represented in terms of the data matrices as:

$$(2.12) \quad X' \approx AX.$$

Such linear approximations are employed through numerical decomposition methods to predict future system states and to analyze its underlying behavior. Based on equation (2.12), a practical estimate for the matrix  $A$  is given by:

$$(2.13) \quad A = X'X^\dagger,$$

where  $X^\dagger$  is the Moore-Penrose pseudoinverse. This formulation minimizes the reconstruction error defined by:

$$(2.14) \quad \|X' - AX\|_F,$$

where the Frobenius norm  $\|\cdot\|_F$  is defined by:

$$(2.15) \quad \|X\|_F = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{jk}^2}.$$

Equations (2.13) and (2.14) essentially perform a linear regression of the data onto the dynamics governed by matrix  $A$ . However, there is a significant distinction between this approach and traditional regression-based model reduction techniques.

**2.3. DMD algorithm.** The steps of DMD algorithm are as follow:

- 1) Compute the reduced SVD of  $X$ :

$$X = \tilde{U}\tilde{\Sigma}\tilde{V}^*,$$

where  $\tilde{U} \in \mathbb{C}^{n \times r}$ ,  $\tilde{\Sigma} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ ,  $\tilde{V} \in \mathbb{C}^{m \times r}$ , and  $r \leq m$  is the rank of the reduced-order SVD.



2) Compute the full-rank matrix  $A$  using the pseudoinverse of  $X$ :

$$(2.16) \quad A = X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} \tilde{U}^*.$$

To avoid high-dimensional computations, we compute a reduced matrix  $\tilde{A}$  using POD as:

$$(2.17) \quad \begin{aligned} \tilde{A} &= \tilde{U}^* A \tilde{U} \\ &= \tilde{U}^* X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1}. \end{aligned}$$

This reduced matrix  $\tilde{A}$  shares the nonzero eigenvalues with the full matrix  $A$ , allowing us to work efficiently in a low-dimensional space.

3) Compute the eigendecomposition of  $\tilde{A}$ :

$$(2.18) \quad \tilde{A}W = W\Lambda,$$

where the diagonal entries of  $\Lambda$  are the DMD eigenvalues and the columns of  $W$  are the corresponding eigenvectors.

4) Reconstruct the high-dimensional DMD modes  $\Phi$  using:

$$(2.19) \quad \Phi = X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} W.$$

These DMD modes  $\Phi$  are the eigenvectors of the original high-dimensional matrix  $A$  associated with eigenvalues in  $\Lambda$ .

Finally, we can obtain the approximate future states using:

$$(2.20) \quad x(t) = \Phi \exp(\Omega t) b,$$

where  $b$  is the initial amplitude vector,  $\Phi$  contains the DMD modes, and  $\Omega = \text{diag}(\omega)$  is a diagonal matrix of eigenvalues  $\omega_j$ .

**2.4. The DMD-MLP Method.** In this hybrid method, stock market data are first collected. Then, the DMD algorithm is applied to extract dominant and coherent structures from the data. The output of this algorithm yields an estimated system response that captures the dominant and coherent structures within the data [11]. The extracted features are then fed into an MLP model to predict future stock market behavior.

Next, we present the main steps of the proposed DMD-MLP hybrid algorithm designed for stock price prediction:

### 2.5. DMD-MLP Algorithm.

- 1) Data Collection: First, the stock price data including date and closing price for each stock is collected.
- 2) Data Preprocessing: After collecting the data, preprocessing begins. This step involves aligning the data using the DMD-based dynamic analysis algorithm. In addition, normalization is performed to evaluate the statistical distribution of the data:

$$(2.21) \quad y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

where  $y_i$  is the normalized data,  $\bar{x}$  is the mean, and  $S$  is the standard deviation.

- 3) Data Partitioning: The data are divided into two main sets: Training Data and Testing Data. Typically, 80% of the data is used to train the model and 20% to evaluate its performance.
- 4) Model Training: Using the training data, the MLP model is trained. During this stage, weights and biases are adjusted to achieve optimal performance.
- 5) Model Evaluation: The testing data are used to evaluate the performance of the DMD-MLP model and its effectiveness in predicting stock prices.

**2.6. Experimental Results.** In this section, we compare the performance of the MLP and DMD-MLP methods using a robust evaluation metric known as Root Mean Square Error (RMSE). The findings suggest that DMD-MLP demonstrates a strong ability to predict upward or downward trends similar to the real market behavior. The performance of the hybrid DMD-MLP method will be evaluated using several different behavioral examples. We use the closing price data of 800 trading days for six Iranian stocks:

- Iran Gelatin Capsule Production (Dekapsoul)
- Ofogh Koorosh (Ofogh)
- Dey Bank (Day)
- Mellat Bank (Webmelat)
- Dana Insurance Company (Dana)
- Pasargad Bank (Vapas)

In the training phase, the first 650 days of data are used for model training. In the testing phase, the remaining 150 days are reserved for prediction and validation. The results demonstrate superior performance of our method DMD-MLP compared to standard MLP, and significantly lower RMSE values than the MLP approach. For instance, in Bank Pasargad, RMSE decreased from 0.203 (MLP) to 0.174 (DMD-MLP).



### 3. Conclusions

To predict the upward or downward trends in the stock market, this study introduces a novel hybrid method called DMD-MLP, based on the MLP neural network and the DMD method. In essence, through the DMD algorithm, we extract the coherent and dominant components of the data, which capture the primary trend of the target time series. We demonstrate the effectiveness of this method through several examples and obtain valuable results compared to the standalone MLP approach. Given the high potential of the DMD algorithm, we can leverage it along with its derived variants, as an add-on for neural architectures and other data-driven methods. Moreover, this approach can be applied to time series prediction in various domains.

#### **Roya Karimkhani**

Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences, Payame Noor University, Tehran, Iran

Email: [karimkhani@student.pnu.ac.ir](mailto:karimkhani@student.pnu.ac.ir)

#### **Yousef Edrisi Tabriz**

Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences, Payame Noor University, Tehran, Iran

Email: [yousef-edrisi@pnu.ac.ir](mailto:yousef-edrisi@pnu.ac.ir)

#### **Ghasem Ahmadi**

Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences, Payame Noor University, Tehran, Iran

Email: [g.ahmadi@pnu.ac.ir](mailto:g.ahmadi@pnu.ac.ir)

## پیش‌بینی رفتار بازار سهام با ترکیب شبکه عصبی چندلایه و تجزیه حالت پویا

رویا کریم‌خانی<sup>۱</sup>، یوسف ادریسی تبریز<sup>۲</sup> و قاسم احمدی<sup>۳\*</sup>

چکیده. بازار سهام به‌عنوان شاخصی برای سلامت کلی اقتصاد عمل می‌کند و عملکرد صحیح آن نشان دهنده‌ی رشد در کسب و کارها و گسترش اقتصاد است. در این پژوهش، یک روش ترکیبی جدید بر اساس تجزیه حالت پویا (DMD) و شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLP) برای پیش‌بینی بازار بورس ارائه می‌شود. این روش ترکیبی (DMD-MLP) داده‌های غالب و منسجم را استخراج کرده و با استفاده از آنها، به پیش‌بینی روند صعودی یا نزولی قیمت سهام می‌پردازد. برای اثبات کارایی این روش، مثال‌هایی از گروه‌های مختلف بورس مطرح شده است که در آنها، رفتارهای صعودی، نزولی یا خنثی وجود دارد. این مثال‌ها شامل تولید ژلاتین کپسول ایران، افق کوروش، بانک دی، بانک ملت، بیمه دانا و بانک پاسارگاد می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در پیش‌بینی تحرکات بازار بورس از شبکه عصبی MLP بهتر عمل می‌کند و بهره‌گیری از الگوریتم DMD در MLP تأثیر زیادی در بهبود پیش‌بینی‌ها دارد.

### ۱. مقدمه

بازار سهام به‌عنوان یکی از ارکان اساسی اقتصاد جامعه، نقش مهمی در پویایی اقتصادی و توسعه کسب‌وکارها ایفا می‌کند. این بازار فرصتی را فراهم می‌سازد تا شرکت‌ها با انتشار سهام خود، منابع مالی مورد نیاز را از سرمایه‌گذاران جذب کرده و از این سرمایه‌ها برای توسعه پروژه‌های جدید، گسترش فعالیت‌ها و ایجاد فرصت‌های شغلی بهره ببرند. در نتیجه، عملکرد بازار سهام تأثیر مستقیمی بر رشد اقتصادی و توزیع ثروت در جامعه دارد.

هدف اصلی الگوریتم‌های پیش‌بینی قیمت سهام، ارائه تحلیل‌های دقیق و بهینه به‌منظور انتخاب سبدي از سهام است که بیشترین بازدهی را برای سرمایه‌گذاران به همراه داشته باشد. این الگوریتم‌ها با تحلیل داده‌های تاریخی و استفاده از مدل‌های ریاضی و یادگیری ماشین، سعی در پیش‌بینی رفتار آینده قیمت‌ها دارند. ابزارهای پیش‌بینی مبتنی بر هوش مصنوعی و شبکه‌های عصبی، سرمایه‌گذاران را در انتخاب سهامی که احتمالاً عملکرد بهتری در آینده دارند، یاری می‌کنند.

یکی از پرکاربردترین تکنیک‌های یادگیری ماشین برای تحلیل و پیش‌بینی داده‌های مالی، شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLP)<sup>۱</sup> است. این شبکه توانایی بالایی در مدل‌سازی الگوهای پیچیده و غیرخطی دارد. معرفی پرسپترون تک‌لایه توسط روزنبلات<sup>۲</sup> در سال ۱۹۵۷ نقطه شروع توسعه شبکه‌های عصبی مصنوعی<sup>۳</sup> بود [۲۱]. با این حال، پس از انتقادات مینسکی و

عبارت و کلمات کلیدی: بازار سهام، شبکه عصبی پرسپترون چندلایه، تجزیه مقدار منفرد، تجزیه حالت پویا.

نوع مقاله: پژوهشی

دبیرتخصصی رابط: صفوی نوبختیان

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۱۸ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۴/۰۷/۲۹

ارجاع به مقاله: ر. کریم‌خانی، ی. ادریسی تبریز و ق. احمدی، پیش‌بینی رفتار بازار سهام با ترکیب شبکه عصبی چندلایه و تجزیه حالت پویا، ریاضی و جامعه، ۱۱ شماره ۲ (۱۴۰۵) ۱۱-۴۰.

<https://dx.doi.org/10.22108/msci.2025.142940.1697>

<sup>۱</sup>multilayer perceptron <sup>۲</sup>F. Rosenblatt <sup>۳</sup>artificial neural networks

پاپرت<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۹ در مورد محدودیت‌های پرسپترون تک‌لایه، توجه به شبکه‌های چندلایه افزایش یافت [۱۵]. شبکه‌های عصبی چندلایه به دلیل قابلیت درک و تشخیص الگوهای پیچیده، یکی از ابزارهای اصلی در تحلیل داده‌های پیچیده، به ویژه در حوزه مالی محسوب می‌شوند.

تحقیقات اخیر نشان‌دهنده استفاده گسترده از شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی قیمت سهام است. برای نمونه، پاکدامن نائینی و همکارانش از شبکه‌های MLP و شبکه‌های عصبی بازگشتی<sup>۵</sup> برای پیش‌بینی قیمت سهام استفاده کردند [۱۸]. همچنین، در سال ۲۰۱۸، آچکار و همکاران<sup>۶</sup> با مقایسه دو روش BPA-MLP و LSTM-RNN نقاط قوت و ضعف هر یک را بررسی کردند [۱]. در سال ۲۰۲۱، دعایی و همکاران با ترکیب MLP و الگوریتم‌های فراابتکاری توانستند مدلی برای پیش‌بینی قیمت روزانه سهام در بورس تهران ارائه دهند [۶]. اخیراً، یک مدل ترکیبی بر مبنای MLP برای پیش‌بینی قیمت سهام مورد استفاده قرار گرفته است [۲۷]. در پژوهش‌های دیگری، شبکه‌های عصبی بازگشتی و عمیق برای این مسأله به کار گرفته شده‌اند [۱۴، ۲۳، ۲۸]. در سال ۲۰۲۳، کورانی و همکارانش مروری بر شبکه‌های عصبی مورد استفاده در پیش‌بینی قیمت سهام داشته‌اند [۹]. اخیراً، در [۱۹]، مروری بر شبکه‌های عصبی استفاده شده در پیش‌بینی تحرکات بازار سهام صورت گرفته است.

از سوی دیگر، روش تجزیه حالت پویا (DMD)<sup>۷</sup> به‌عنوان یک روش تجزیه ماتریسی، از دهه ۱۹۳۰ به‌عنوان ابزاری برای تحلیل سیستم‌های پویا و کاهش ابعاد داده‌ها توسعه یافته و اخیراً به یکی از روش‌های مهم در تحلیل داده‌های مالی تبدیل شده است [۱۲، ۲۲، ۲۶]. این روش با شناسایی الگوهای زمانی و مکانی از داده‌ها، می‌تواند تحلیل دقیق‌تری از نوسانات بازارهای مالی ارائه دهد [۱۶]. کوتز و همکارانش<sup>۸</sup> مبانی نظری DMD و عملگر کوپمن را توسعه دادند و الگوریتم‌های جدیدی را معرفی کردند که منجر به گسترش دامنه کاربردهای این روش شده است [۱۳]. در سال ۲۰۱۹، برانتون و همکارانش کتابی جامع درباره کاربردهای DMD در سیستم‌های دینامیکی منتشر کرد [۲۰]. همچنین، در سال ۲۰۲۳، کریم‌خانی و همکاران با ترکیب مدل DMD با LSTM<sup>۹</sup> موفق به بهبود عملکرد شبکه عصبی LSTM در پیش‌بینی رفتار بازارهای مالی شدند [۱۱]. با توجه به پیچیدگی و نوسانات زیاد در بازارهای مالی، پیش‌بینی دقیق قیمت سهام همچنان یکی از چالش‌های اساسی در حوزه یادگیری ماشین و علوم داده است. اگرچه مدل‌های سنتی مانند MLP همچنان به‌طور گسترده استفاده می‌شوند، اما رویکردهای ترکیبی نوین، می‌توانند منجر به بهبود عملکرد این شبکه‌ها در کاربردها شوند. این مقاله مدل ترکیبی DMD-MLP را بر مبنای MLP و DMD معرفی می‌کند و از آن برای پیش‌بینی قیمت سهام بازار بورس بهره می‌گیرد. این روش با تحلیل داده‌های تاریخی و الگوهای موجود، دقت پیش‌بینی‌ها با MLP را افزایش داده و سرمایه‌گذاران را در تصمیم‌گیری‌های بهتر و دقیق‌تری یاری می‌کند.

در ادامه، در بخش ۲، مقدماتی را در خصوص شبکه عصبی MLP و تجزیه‌های ماتریسی، به ویژه روش DMD بیان می‌کنیم. در بخش ۳، روش ترکیبی DMD-MLP معرفی می‌کنیم. سپس، در بخش ۴، با استفاده از رویکرد مطرح شده به پیش‌بینی قیمت چندین سهم و مقایسه‌ی نتایج با MLP می‌پردازیم. در پایان، نتایج حاصل از این پژوهش را مطرح می‌کنیم.

## ۲. پیش‌نیازها

در این بخش، ابتدا مباحثی را درباره‌ی یادگیری ماشین و شبکه‌های عصبی، به ویژه MLP مطرح می‌کنیم. سپس، در خصوص تجزیه‌های ماتریسی، به ویژه تجزیه مقدار منفرد، تجزیه متعامد بهینه و DMD که روشی برای استخراج داده‌های غالب و یکپارچه می‌باشد، مطالبی را بیان می‌کنیم.

<sup>4</sup>M. L. Minsky and S. A. Papert <sup>5</sup>recurrent neural networks <sup>6</sup>R. Achkar, F. Elias-Sleiman, H. Ezzidine and N. Haidar <sup>7</sup>dynamic mode decomposition <sup>8</sup>J. N. Kutz, S. L. Brunton, B. W. Brunton and J. L. Proctor <sup>9</sup>long short-term Memory

۱.۲. یادگیری ماشین. یادگیری ماشین<sup>۱۰</sup> به‌عنوان یکی از مهم‌ترین زیرشاخه‌های هوش مصنوعی، به طراحی و توسعه‌ی الگوریتم‌هایی می‌پردازد که قادرند از طریق تجربه و تحلیل داده‌ها، الگوهای موجود را شناسایی کرده و تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی انجام دهند [۱۷]. این رویکرد به سیستم‌ها امکان می‌دهد که عملکرد خود را در طول زمان و با مشاهده داده‌های بیشتر بهبود بخشند. در سال‌های اخیر، یادگیری ماشین به‌طور فزاینده‌ای در صنایع مختلف، از جمله پزشکی، تجارت، خودروسازی و فناوری اطلاعات به‌کار گرفته شده است. یادگیری ماشین به‌طور کلی به سه دسته اصلی تقسیم می‌شود:

- ۱) یادگیری تحت نظارت<sup>۱۱</sup>: در این نوع یادگیری، مدل با استفاده از داده‌های برچسب‌دار آموزش می‌بیند تا بتواند نگاهی میان ورودی و خروجی برقرار کرده و پاسخ نمونه‌های جدید را پیش‌بینی کند. از پرکاربردترین الگوریتم‌های این دسته می‌توان به رگرسیون خطی، درخت تصمیم و شبکه‌های عصبی اشاره کرد.
- ۲) یادگیری بدون نظارت<sup>۱۲</sup>: در این رویکرد، داده‌ها فاقد برچسب خروجی هستند و هدف الگوریتم‌ها شناسایی الگوها یا ساختارهای پنهان در داده‌ها است. خوشه‌بندی<sup>۱۳</sup> نمونه‌ای متداول از یادگیری بدون نظارت می‌باشد.
- ۳) یادگیری تقویتی<sup>۱۴</sup>: در این نوع یادگیری، عامل یادگیرنده با محیط در تعامل است و با دریافت پاداش یا تنبیه، به تدریج سیاست بهینه‌ای برای تصمیم‌گیری در محیط یاد می‌گیرد [۲۵].

در دهه‌های اخیر، رشد نمایی داده‌ها، پیشرفت در توان پردازشی رایانه‌ها و توسعه‌ی کتابخانه‌های متن‌باز زمینه را برای شکوفایی و گسترش سریع یادگیری ماشین فراهم کرده‌اند. امروزه، این رویکرد در کاربردهایی همچون خودروهای خودران، تشخیص چهره، پردازش زبان طبیعی، پیش‌بینی بازارهای مالی، و پزشکی شخصی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۷].

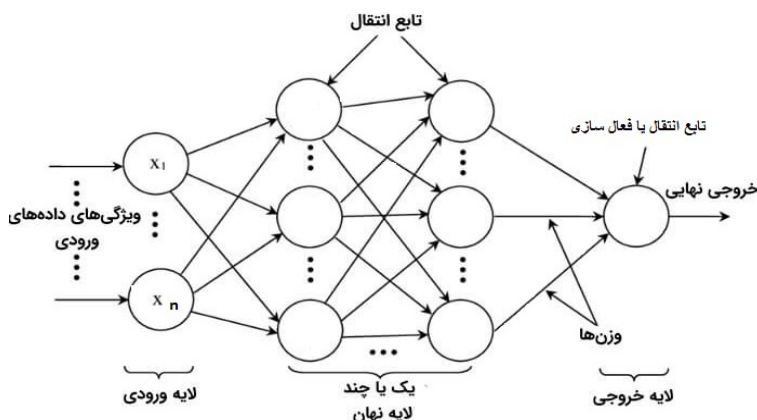
۲.۲. شبکه‌های عصبی مصنوعی. شبکه‌های عصبی مصنوعی یکی از شاخه‌های کلیدی و پرکاربرد در حوزه‌ی هوش مصنوعی و یادگیری ماشین به‌شمار می‌روند. این شبکه‌ها با الهام از ساختار و عملکرد نورون‌های زیستی در مغز انسان طراحی شده‌اند و شامل مجموعه‌ای از واحدهای پردازشی به نام نورون هستند که در قالب لایه‌هایی به‌صورت سلسله‌مراتبی و با اتصالات وزندار به یکدیگر متصل شده‌اند [۸]. هدف اصلی این شبکه‌ها یادگیری الگوها و روابط پیچیده میان داده‌ها از طریق فرایند آموزش است، به‌گونه‌ای که بتوانند نگاهی از ورودی به خروجی ایجاد کنند.

شبکه‌های عصبی به‌ویژه در مسائل غیرخطی و پیچیده که مدل‌سازی آن‌ها با روش‌های کلاسیک دشوار یا غیرممکن است، عملکرد چشمگیری دارند. آن‌ها قادرند از روی داده‌های ورودی، ویژگی‌های پنهان را استخراج کرده و نگاهی مناسب به خروجی‌ها ارائه دهند. این توانمندی باعث شده تا شبکه‌های عصبی در حوزه‌های متعددی نظیر شناسایی الگو، پردازش زبان طبیعی، تشخیص گفتار، بینایی ماشین، پیش‌بینی سری‌های زمانی، بهینه‌سازی و حتی علوم پزشکی کاربرد گسترده‌ای پیدا کنند [۲، ۳، ۷].

ساختار پایه‌ی یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی شامل سه نوع لایه است: لایه‌ی ورودی، لایه یا لایه‌های پنهان و لایه‌ی خروجی. در حین آموزش، شبکه با استفاده از الگوریتم‌هایی مانند پس‌انتشار خطا<sup>۱۵</sup> و با بهره‌گیری از روش‌های بهینه‌سازی مانند گرادیان کاهشی<sup>۱۶</sup>، وزن‌های اتصالات میان نورون‌ها را تنظیم می‌کند تا بتواند خطای پیش‌بینی را کاهش دهد. در سال‌های اخیر، شبکه‌های عصبی به‌دلیل قابلیت بالای خود در مدل‌سازی روابط غیرخطی و استخراج الگوهای پیچیده، به‌عنوان ابزاری قدرتمند برای پیش‌بینی سری‌های زمانی مورد توجه قرار گرفته‌اند. شبکه‌های عصبی با ساختارهای انعطاف‌پذیر خود قادرند روابط پنهان میان مشاهدات گذشته و آینده را بدون نیاز به فرضیات سخت‌گیرانه‌ی آماری بیاموزند. این توانایی به‌ویژه در داده‌هایی که شامل الگوهای تکرارشونده، فصلی یا متغیر در طول زمان هستند، بسیار حائز اهمیت است.

<sup>10</sup>machine learning    <sup>11</sup>supervised learning    <sup>12</sup>unsupervised learning    <sup>13</sup>clustering    <sup>14</sup>reinforcement learning  
<sup>15</sup>backpropagation    <sup>16</sup>gradient descent

۳.۲. شبکه عصبی پرسپترون چندلایه. شبکه عصبی MLP به‌عنوان یک مدل پیشرفته در زمینه یادگیری ماشین تحت نظارت، به‌طور گسترده‌ای برای حل مسائل دسته‌بندی و پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نوع شبکه به دلیل ساختار پیچیده‌اش، توانایی بالایی در یادگیری الگوهای غیرخطی و استخراج ویژگی‌های پیچیده از داده‌ها را دارد. همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، شبکه MLP حداقل از سه لایه تشکیل شده است:



شکل ۱. ساختار شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLP)

Figure 1: The structure of the multilayer perceptron (MLP) neural network

- لایه ورودی: در این لایه، ویژگی‌های ورودی شامل داده‌ها، تصاویر یا ویدئوها، به‌عنوان ورودی دریافت می‌شوند. تعداد گره‌ها در این لایه برابر با تعداد ویژگی‌های ورودی است.
  - لایه پنهان: این لایه‌ها معمولاً شامل چندین لایه با تعداد متغیری از گره‌ها هستند. هر لایه پنهان به‌عنوان یک فیلتر برای ورودی‌های شبکه عمل می‌کند و با اعمال تبدیل‌های غیرخطی به داده‌های ورودی، ویژگی‌های جدیدی را استخراج می‌کند. این ویژگی‌ها کمک می‌کنند تا الگوهای پیچیده و دقیق‌تری در داده‌ها شناسایی شوند.
  - لایه خروجی: این لایه نتیجه استخراج شده از لایه‌های پنهان را به خروجی نهایی تبدیل می‌کند. تعداد گره‌ها در این لایه بستگی به نوع و تعداد دسته‌ها دارد. در مسائل دسته‌بندی، هر گره در این لایه به یک دسته معین مرتبط است.
- هر نورون در MLP دارای وزن و تابع فعال‌سازی است. وزن‌ها مقادیری هستند که برای تنظیم نورون‌ها در هر لایه به کار می‌روند. تابع فعال‌ساز عملکرد نورون را در پاسخ به ورودی تعیین می‌کند. توابع فعال‌سازی مختلفی از جمله تابع خطی و تابع سیگموئیدی معمولاً در طراحی این شبکه‌ها به کار می‌روند. معادلات مورد استفاده در MLP برای محاسبه خروجی یک نورون به شرح زیر است [۴]:
- معادله جمع:

$$(۱) \quad y = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b,$$

• معادله فعال‌سازی:

$$(۲) \quad a = f(y)$$

در این معادلات:

- $w_i$  و  $x_i$  به ترتیب وزن و ورودی مربوط به نورون  $i$ ام هستند.

- $b$  پارامتر بایاس است که به‌عنوان یک حد آستانه‌ای در هر نورون اضافه می‌شود.
- تابع فعال‌سازی نتیجه جمع را به خروجی نورون تبدیل می‌کند.

شبکه عصبی MLP به دلیل توانایی بالای محاسباتی و قابلیت تطبیق با داده‌های پیچیده، معمولاً برای مسائل تشخیص الگو، پیش‌بینی، تصویربرداری و تجزیه و تحلیل داده‌ها به کار می‌رود. این شبکه به‌عنوان ابزاری قدرتمند در بسیاری از حوزه‌های علمی و صنعتی شناخته شده است و نقش مهمی در پیشرفت فناوری‌های نوین ایفا می‌کند.

**۴.۲. تجزیه مقدار منفرد.** تجزیه ماتریس در ریاضیات، به فرآیند شکستن یک ماتریس به حاصل ضرب چند ماتریس ساده‌تر گفته می‌شود. این تکنیک در جبر خطی بسیار کاربرد دارد و انواع مختلفی از تجزیه‌ها مانند تجزیه LU<sup>۱۷</sup>، تجزیه QR و تجزیه مقدار منفرد SVD<sup>۱۸</sup> وجود دارد. هر کدام از این تجزیه‌ها برای حل مسائل مختلفی مانند حل دستگاه‌های معادلات خطی، محاسبه مقادیر ویژه و کاهش ابعاد داده‌ها استفاده می‌شوند. تجزیه ماتریس‌ها به بهبود کارایی محاسبات و درک بهتر ساختار داده‌ها کمک می‌کنند.

در حال حاضر، SVD به سنگ بنای جبرخطی تبدیل شده است و به‌طور گسترده توسط ریاضیدانان، مهندسان و محققان در سراسر جهان مورد مطالعه و استفاده قرار گرفته است. ظهور کامپیوترها و نرم‌افزارهای محاسباتی محبوبیت آن را بیشتر کرد و محاسبات کارآمد SVD را برای ماتریس‌های بزرگ امکان‌پذیر کرد. روش SVD برای تجزیه یک ماتریس به حاصل ضرب سه ماتریس جداگانه استفاده می‌شود و به‌طور گسترده در زمینه‌های مختلف مانند جبرخطی، پردازش سیگنال و تجزیه و تحلیل داده‌ها و یادگیری ماشین به‌کار گرفته می‌شود. فرض کنیم  $X \in \mathbb{C}^{n \times m}$  یک ماتریس دلخواه باشد. در این صورت، با استفاده از روش SVD می‌توانیم ماتریس  $X$  را به‌صورت زیر بنویسیم [۲۴]:

$$(۳) \quad X = U \Sigma V^*$$

که در آن  $U \in \mathbb{C}^{n \times n}$  و  $V \in \mathbb{C}^{m \times m}$  ماتریس‌های یکانی<sup>۱۹</sup> با ستون‌های متعامد یکه هستند و  $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times m}$  یک ماتریس قطری با اعداد حقیقی نامنفی است که مقادیر منفرد نامیده می‌شوند. نماد \* نشان‌دهنده ترانپوز مزدوج مختلط<sup>۲۰</sup> است. برخی کاربردهای مهم SVD عبارتند از [۲۴]:

- کاهش ابعاد: مقادیر منفرد را می‌توان برای تعیین مهم‌ترین اجزای یک مجموعه داده استفاده کرد که امکان کاهش ابعاد را در عین حفظ اطلاعات مهم فراهم می‌کند.
- تقریب ماتریس: با انتخاب مهم‌ترین مقادیر ویژه و ستون‌های متناظر آنها در  $U$  و  $V$ ، می‌توان تقریبی برای ماتریس اصلی  $A$  با رتبه کاهش‌یافته پیدا کرد.
- فشرده‌سازی تصویر: روش SVD را می‌توان برای فشرده‌سازی تصاویر با حذف مقادیر کمتر معنی‌دار و اجزای مربوط به آنها روی تصاویر اعمال کرد.
- آنالیز وابستگی‌های داده: روش SVD می‌تواند برای شناسایی وابستگی‌های موجود بین متغیرها در داده‌ها مورد استفاده قرار گیرد.
- تشخیص الگو: با استفاده از SVD، می‌توان الگوهای موجود در داده‌ها را شناسایی کرد و برای دسته‌بندی یا خوشه‌بندی داده‌ها استفاده کرد.
- تحلیل متن: در پردازش زبان طبیعی، SVD می‌تواند به تحلیل متن و استخراج معانی و موضوعات کمک کند.

<sup>۱۹</sup>ماتریس مربعی  $U$  را یکانی گویند هرگاه  $UU^* = U^*U = I$ . در ماتریس‌های حقیقی این مفهوم معادل ماتریس متعامد است.  
<sup>۲۰</sup>برای ماتریس‌های حقیقی این نماد معادل با ترانپوز است یعنی  $X^* = X^T$ .

<sup>17</sup>lower upper    <sup>18</sup>singular value decomposition

• مدل‌سازی داده‌های کم‌بعد: روش SVD توانایی مدل‌سازی داده‌های پیچیده را با استفاده از اشکال کم‌بعدتر فراهم می‌کند.

۵.۲. تجزیه متعامد سره (POD). تجزیه POD<sup>۲۱</sup> یک روش ریاضی برای کاهش ابعاد داده‌ها است که امکان ایجاد تخمینی با ابعاد کمتر برای داده‌هایی با ابعاد بزرگ را فراهم می‌کند [۱۰]. در این روش، ابتدا داده‌ها را به صورت یک ماتریس  $X$  در نظر می‌گیریم که هر ستون آن مربوط به یک نمونه و هر سطر آن مربوط به یک ویژگی است. مراحل کلیدی روش POD به صورت زیر است:

(۱) محاسبه ماتریس کوواریانس: ابتدا، ماتریس کوواریانس  $\Sigma$  را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم.

$$(۴) \quad \Sigma = \frac{1}{m} X^T X,$$

که  $m$  تعداد نمونه‌ها و  $X^T$  نشان‌دهنده ترانپوز ماتریس  $X$  می‌باشد.

(۲) محاسبه بردارهای ویژه و مقادیر ویژه: بردارهای ویژه و مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس  $\Sigma$  را محاسبه می‌کنیم. این بردارهای ویژه و مقادیر ویژه، ویژگی‌های مهم داده‌ها را نشان می‌دهند. با استفاده از مقادیر و بردارهای محاسبه شده، ماتریس‌های  $U$  و  $V$  را به دست می‌آوریم و خواهیم داشت [۱۰]:

$$(۵) \quad X = U \Sigma V^T.$$

(۳) انتخاب اجزای انتقال: با توجه به مقادیر ویژه، اجزای انتقال به عنوان بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه بزرگ‌تر که ویژگی‌های اصلی داده‌ها را نشان می‌دهند، انتخاب می‌شوند.

(۴) کاهش ابعاد و بازسازی داده‌ها: با استفاده از اجزای انتقال انتخاب شده، داده‌ها را به فضای جدید کاهش می‌دهیم و سپس می‌توانیم داده‌های اولیه را با دقت بالا از این فضای کاهش‌یافته بازسازی کنیم.

استفاده از POD می‌تواند در شناخت الگوهای مهم داده‌ها، کاهش ابعاد و حفظ اطلاعات مهم داده‌ها به کمک ماتریس‌های ویژه، اجرای محاسبات ساده‌تر مورد استفاده قرار گیرد.

۶.۲. تجزیه حالت پویا (DMD). روش DMD توسط اشمید<sup>۲۲</sup>، در حیطه علمی دینامیک سیالات برای شناسایی ساختارهای منسجم مکانی-زمانی از داده‌های با ابعاد بالا ایجاد شده است [۲۲]. روش DMD مبتنی بر POD است که از محاسباتی کارآمد مشابه SVD استفاده می‌کند و به خوبی مقیاس می‌شود تا کاهش ابعاد مؤثر را در سیستم‌های با ابعاد بالا ارائه دهد. در مقایسه با این روش‌ها، DMD نه تنها ابعاد را بر حسب مجموعه‌ای از حالت‌های اصلاح شده، کاهش می‌دهد، بلکه مدلی برای چگونگی تکامل این حالت‌ها در زمان ارائه می‌کند.

تجزیه حالت پویا یک تکنیک تجزیه و تحلیل داده است که برای استخراج و شناسایی الگوهای مکانی-زمانی منسجم از داده‌های وابسته به زمان استفاده می‌شود. این تکنیک به ویژه برای تجزیه و تحلیل سیستم‌هایی که رفتار پویایی از خود نشان می‌دهند، مانند جریان سیال، ارتعاشات یا سایر فرآیندهای فیزیکی مفید است. DMD بر روی داده‌های سری زمانی عمل می‌کند و هدف آن تجزیه سیستم به حالت‌ها یا الگوهای دینامیکی زیربنایی آن است. این حالت‌های پویا با مقادیر ویژه و بردارهای ویژه خود مشخص می‌کنند که فرکانس‌ها و ساختارهای فضایی الگوهای منسجم را نشان می‌دهند.

الگوریتم DMD ذاتاً داده‌محور است و با اندازه‌گیری متغیرهای حالت سیستم در مقاطع زمانی متوالی شروع می‌شود. سپس از این داده‌های لحظه‌ای برای ساخت یک ماتریس و انجام تجزیه مقدار منفرد استفاده می‌شود. روش SVD مبنایی را برای شناسایی حالت‌های دینامیکی و دامنه‌های مرتبط با آنها فراهم می‌کند. هنگامی که حالت‌های پویا به دست آمد، می‌توان

<sup>21</sup>proper orthogonal decomposition <sup>22</sup>Peter J. Schmid

از آنها برای بازسازی داده‌های اصلی یا پیش‌بینی رفتار آینده سیستم استفاده کرد. این الگوریتم در زمینه‌های مختلفی مانند دینامیک سیالات، علوم اعصاب، دینامیک ساختاری و پردازش ویدئو کاربرد دارد و امکان استخراج اطلاعات معنادار از مجموعه داده‌های با ابعاد بالا و پیچیده را فراهم می‌کند. در راستای تبیین روابط الگوریتم DMD، سیستم دینامیکی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$(۶) \quad \frac{dx}{dt} = f(x, t; \mu),$$

که در آن  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  بردار حالت سیستم را در زمان  $t$  نشان می‌دهد،  $\mu$  شامل پارامترهای سیستم است و  $f$  دینامیک‌های آن را نشان می‌دهد. بردار حالت  $x$  معمولاً بسیار بزرگ و دارای بعد  $n \gg 1$  است. این بردار ممکن است در گسسته‌سازی یک معادله دیفرانسیل جزئی به وجود آید. معمولاً سیستم زمان-پیوسته (۶) یک نمایش زمان-گسسته را القاء می‌کند که در آن، ما سیستم را در زمان‌هایی با فاصله  $\Delta t$  نمونه‌برداری می‌کنیم و زمان را به‌عنوان زیرنویس نشان می‌دهیم به طوری که  $x_k = x(k\Delta t)$ . سیستم زمان-گسسته به‌دست آمده را به‌صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$(۷) \quad x_{k+1} = F(x_k).$$

معمولاً حل دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم غیرخطی (۶) به‌صورت تحلیلی امکان‌پذیر نیست. لذا، برای پیش‌بینی حالت‌های آینده، از رویکردهای عددی استفاده می‌شود. الگوریتم DMD بر مبنای داده‌های به‌دست‌آمده از این سیستم که در آن حتی ممکن است  $f$  ناشناخته باشد، کار می‌کند. بنابراین، صرفاً داده‌های مربوط به سیستم، برای تقریب دینامیک و پیش‌بینی حالات آینده مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش DMD یک سیستم دینامیکی خطی تقریبی به‌صورت

$$(۸) \quad \frac{dx}{dt} = Ax$$

با شرط اولیه  $x(0) = x$  می‌سازد. بدین منظور داریم [۱۳]:

$$(۹) \quad x(t) = \sum_{k=1}^n \phi_k \exp(\omega_k t) b_k,$$

که در آن  $\phi_k$  و  $\omega_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) به‌ترتیب، بردار ویژه و مقدار ویژه ماتریس  $A$ ، و ضریب  $b_k$  مختصات  $x(0)$  در پایه بردارهای ویژه است. با فرض

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n], \quad \Omega = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \quad b = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T,$$

خواهیم داشت:

$$(۱۰) \quad x(t) = \Phi \exp(\Omega t) b,$$

با توجه به سیستم خطی زمان-پیوسته (۸)، می‌توانیم یک سیستم زمان-گسسته به‌صورت زیر تعریف کنیم:

$$(۱۱) \quad x_{k+1} = Ax_k$$

این سیستم را می‌توانیم به‌صورت زیر بیان کنیم:

$$(۱۲) \quad x_k = \sum_{j=1}^r \phi_j \lambda_j^k b_j,$$

که در آن مقدار ویژه و بردار ویژه ماتریس  $A$  و  $b_j$  ضرایب بردار اولیه  $x_1$  در پایه بردارهای ویژه است. با فرض

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r], \Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r), b = [b_1, b_2, \dots, b_r]^T,$$

خواهیم داشت:

$$(۱۳) \quad x_k = \Phi \Lambda^k b,$$

بنابراین،  $x_1 = \Phi b$ . الگوریتم DMD یک تجزیه ویژه رتبه پایین از ماتریس  $A$  به دست می‌دهد که به طور بهینه مسیر اندازه‌گیری شده  $x_k$  را برای  $k = 1, 2, \dots, m$  با استفاده از کمترین مربعات برازش می‌کند، به طوری که

$$(۱۴) \quad \|x_{k+1} - Ax_k\|_2$$

برای همه نقاط  $k = 1, 2, \dots, m-1$  کمینه می‌شود. تقریب بهینه فقط در پنجره نمونه برداری که توسط  $A$  ساخته شده، برقرار است و جواب تقریبی می‌تواند نه تنها برای پیش‌بینی حالت‌های آینده بلکه برای تجزیه دینامیک سیستم به مقیاس‌های زمانی مختلف به کار رود.

هدف اصلی در اینجا، رسیدن به ماتریس  $A$  بهینه برای تقریب معادلات (۱۱) و (۱۳) است. برای حداقل کردن خطای تقریب (۱۴) در همه‌ی نقاط اندازه‌گیری، می‌توان  $m$  نقاط اندازه‌گیری را به دو ماتریس داده بزرگ تقسیم‌بندی کرد:

$$(۱۵) \quad X = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_{m-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$

$$(۱۶) \quad X' = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ x'_1 & x'_2 & \cdots & x'_{m-1} \\ | & | & & | \end{bmatrix}$$

این داده‌ها احتمالاً از یک سیستم دینامیکی غیرخطی نمونه برداری شده‌اند و ما یک تقریب خطی بهینه را برای آن جستجو می‌کنیم. تقریب خطی (۱۱) را می‌توانیم با استفاده از ماتریس‌های داده به صورت زیر بیان کنیم:

$$(۱۷) \quad X' \approx AX.$$

این تقریبات به کمک تکنیک‌های تجزیه و تحلیل عددی برای پیش‌بینی حالت‌های آینده و فهم دینامیک سیستم استفاده می‌شوند. با توجه به رابطه (۱۷)، تقریبی برای ماتریس  $A$  به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(۱۸) \quad A = X'X^\dagger,$$

که در آن  $X^\dagger$  ماتریس شبه‌معکوس مور-پنروز<sup>۲۳</sup> است. ویژگی‌های این ماتریس در پاورقی توضیح داده شده است<sup>۲۴</sup>. رویکرد فوق، خطای زیر را کمینه می‌کند:

<sup>۲۳</sup> اگر  $A$  یک ماتریس با ابعاد  $m \times n$  باشد، آنگاه ماتریس  $A^\dagger$  ویژگی‌های زیر را دارد:

$$AA^\dagger A = A, \quad A^\dagger AA^\dagger = A^\dagger, \quad (AA^\dagger)^T = AA^\dagger, \quad (A^\dagger A)^T = A^\dagger A.$$

در ریاضیات، ماتریس  $A^\dagger$  به عنوان حل فرضی برای معکوس ماتریس  $A$ ، در شرایطی که  $A$  دارای رتبه کامل نیست، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

<sup>۲۴</sup> Moore-Penrose pseudoinverse

$$(۱۹) \quad \|X' - AX\|_F,$$

که در آن  $\|\cdot\|_F$  نرم فروبنیوس است. نرم فروبنیوس به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(۲۰) \quad \|X\|_F = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m x_{jk}^2}.$$

لازم به ذکر است که معادلات (۱۹) و (۱۸) می‌توانند به عنوان رگرسیون خطی داده‌ها بر روی دینامیک داده شده توسط  $A$  در نظر گرفته شوند. با این حال، تفاوت کلیدی بین DMD و تکنیک‌های کاهش مدل مبتنی بر رگرسیون وجود دارد. مهم‌تر اینکه، فرض می‌کنیم بردار  $x_k$  در ماتریس داده‌های  $X$  ابعاد بالایی دارد. بنابراین ماتریس  $X$  بلند و باریک است، به این معنا که اندازه  $n$ ، یعنی تعداد ستون‌ها، بسیار بیشتر از  $m - 1$  است. این بدان معناست که اگر  $n = 10^6$  باشد، ماتریس  $A$  دارای  $10^{12}$  عنصر است. بنابراین نمایش یا تجزیه این ماتریس دشوار خواهد بود. با این حال، رتبه  $A$  حداکثر  $m - 1$  است، چرا که  $A$  به عنوان ترکیبی خطی از ستون‌های  $m - 1$  ماتریس  $X'$  ساخته شده است.

۷.۲. الگوریتم تجزیه حالت پویا (DMD). اولین قدم در DMD جمع‌آوری تعدادی جفت داده از وضعیت یک سیستم است که به مرور تکامل می‌یابد. این جفت داده‌ها به صورت  $\{x(t_j), x'(t_j)\}_{j=1}^m$  نشان داده می‌شوند که در آن  $x'(t_j) = x(t_j + \Delta t)$  و  $\Delta t$  به اندازه کافی کوچک است تا بالاترین فرکانس‌های دینامیکی را نیز نشان دهد [۲۶]. سپس، این جفت داده‌ها به دو ماتریس  $X$  و  $X'$  تقسیم می‌شوند:

$$(۲۱) \quad X = \begin{bmatrix} x(t_1) & x(t_2) & \cdots & x(t_m) \end{bmatrix},$$

$$(۲۲) \quad X' = \begin{bmatrix} x'(t_1) & x'(t_2) & \cdots & x'(t_m) \end{bmatrix}.$$

الگوریتم DMD تجزیه طیفی اصلی (مقادیر ویژه و بردار ویژه) ماتریس  $A$  را که به داده‌های  $X' = AX$  مربوط می‌شود، محاسبه می‌کند:

$$(۲۳) \quad A \approx X'X^\dagger$$

که در آن،  $\dagger$  نشان دهنده شبه معکوس است. حالت‌های DMD بردارهای ویژه ماتریس  $A$  هستند و هر حالت DMD مربوط به یک مقدار ویژه است. مراحل الگوریتم DMD به صورت زیر است [۴، ۱۳]:

(۱) تجزیه SVD ماتریس  $X$  را محاسبه می‌کنیم:

$$(۲۴) \quad X \approx \tilde{U}\tilde{\Sigma}\tilde{V}^*,$$

که  $\tilde{U} \in \mathbb{C}^{n \times r}$ ،  $\tilde{\Sigma} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ ،  $\tilde{V} \in \mathbb{C}^{m \times r}$  و  $r \leq m$  نشان دهنده رتبه تقریبی SVD کاهش مرتبه یافته  $X$  است.

(۲) ماتریس رتبه کامل  $A$  را با محاسبه شبه معکوس  $X$  به دست می‌آوریم:

$$(۲۵) \quad A = X'\tilde{V}\tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{U}^*.$$

ما فقط به مقادیر ویژه و بردارهای ویژه  $A$  نیاز داریم، بنابراین می‌توانیم  $A$  را با توجه به روش POD در  $U$  طراحی کنیم:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \tilde{U}^* A \tilde{U} \\ &= \tilde{U}^* X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1}. \end{aligned}$$

ماتریس کاهش مرتبه یافته  $\tilde{A}$  مقادیر ویژه غیرصفر برابر با ماتریس رتبه کامل  $A$  دارد. بنابراین، ما فقط باید  $\tilde{A}$  کاهش یافته را به طور مستقیم محاسبه کنیم، بدون این‌که با ماتریس  $A$  با ابعاد بالا کار کنیم.

(۳) تجزیه ویژه  $\tilde{A}$  را محاسبه می‌کنیم:

$$(۲۷) \quad \tilde{A}W = W\Lambda,$$

درایه‌های ماتریس قطری  $\Lambda$  مقادیر ویژه DMD هستند که با مقادیر ویژه ماتریس رتبه کامل  $A$  مطابقت دارند. ستون‌های  $W$  بردارهای ویژه  $\tilde{A}$  هستند.

(۴) حالت‌های DMD با ابعاد بالای  $\Phi$  با استفاده از بردارهای ویژه  $W$  سیستم کاهش مرتبه یافته و ماتریس  $X$  با تغییر زمانی بازسازی می‌شوند:

$$(۲۸) \quad \Phi = X' \tilde{V} \tilde{\Sigma}^{-1} W.$$

قابل توجه است که این حالت‌های DMD بردارهای ویژه ماتریس  $A$  با ابعاد بالا هستند که مربوط به مقادیر ویژه در  $\Lambda$  هستند.

در پایان، می‌توانیم جواب‌های تقریبی در زمان‌های آینده را از فرمول زیر به دست آوریم:

$$(۲۹) \quad x(t) = \Phi \exp(\Omega t) b$$

که  $b$  دامنه اولیه هر حالت است،  $\Phi$  ماتریسی است که ستون‌های آن بردارهای ویژه  $\phi_j$ ، مربوط به DMD است و  $\Omega = \text{diag}(\omega)$  یک ماتریس قطری است که درایه‌های قطری آن مقادیر ویژه  $\omega_j$  است.

### ۳. روش DMD-MLP

در تحقیقات اخیر مشخص شده است که سیگنال‌های مربوط به بازارهای مالی معمولاً فاقد همبستگی کافی میان نمونه‌های زمانی خود هستند. این ویژگی می‌تواند باعث کاهش دقت مدل‌های عصبی مانند MLP در پیش‌بینی روندهای بازار شود. برای رفع این مشکل، یک روش ترکیبی با عنوان DMD-MLP پیشنهاد می‌شود که می‌تواند به عنوان رویکردی کاربردی‌تر برای پیش‌بینی رفتار صعودی یا نزولی بازار سهام مورد استفاده قرار گیرد. شایان ذکر است که اخیراً نیز ترکیب روش DMD با شبکه عصبی LSTM توسط نویسندگان این مقاله برای پیش‌بینی رفتار بازارهای مالی ارائه شده است [۱۱].

در این روش، ابتدا داده‌های مربوط به بازار سهام جمع‌آوری می‌شوند، سپس الگوریتم تجزیه و تحلیل دینامیکی مبتنی بر مدل DMD به کار گرفته می‌شود تا ساختارهای منسجم و غالب از این داده‌ها استخراج شود. یکی از چالش‌های این بخش این است که تعداد روزها (ستون‌ها) ممکن است بیشتر از تعداد انواع داده‌ها (ردیف‌ها) در ماتریس داده باشد که این می‌تواند منجر به عدم تطابق رتبه‌ای در جواب الگوریتم DMD گردد. برای حل این مشکل، می‌توانیم بُعد ماتریس داده‌ها را با استفاده از مختصات تأخیری افزایش دهیم. این کار می‌تواند با استفاده از اندازه‌گیری‌های گذشته یا آینده انجام شده و تأثیری بر خروجی روش DMD نخواهد داشت. با فرض این‌که سری زمانی مربوط به داده‌ها به صورت  $x_1, x_2, \dots, x_m$  باشد، روند ساخت ماتریس داده‌های افزوده به شکل زیر خواهد بود:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \cdots & x_{m-n} \\ x_2 & x_3 \cdots & x_{m-n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & x_{n+1} & x_{m-1} \end{bmatrix},$$

$$X' = \begin{bmatrix} x_2 & x_3 & \dots & x_{m-n+1} \\ x_3 & x_4 & \dots & x_{m-n+2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n+1} & x_{n+2} & & x_m \end{bmatrix}.$$

خروجی این الگوریتم به تخمین پاسخ سیستم منجر می‌شود که ساختارهای منسجم و غالب موجود در داده‌ها را دربر خواهد داشت [۱۱]. سپس، اطلاعات استخراج شده در مدل MLP برای پیش‌بینی وضعیت‌های آینده بازار مورد استفاده قرار می‌گیرد. در ادامه، به شرح مراحل اصلی الگوریتم ترکیبی DMD-MLP می‌پردازیم که به هدف پیش‌بینی قیمت سهام طراحی شده است:

### ۱.۳. الگوریتم DMD-MLP.

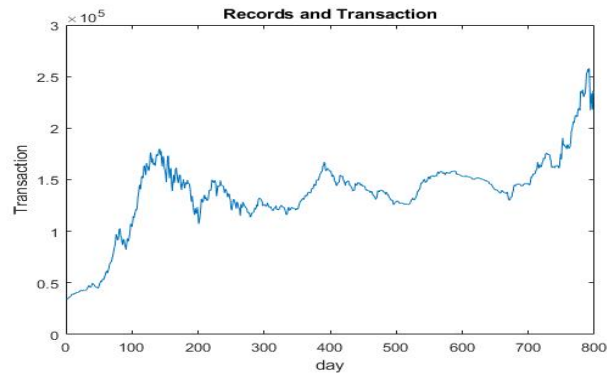
- جمع‌آوری داده‌ها: ابتدا، داده‌های مربوط به قیمت سهام را جمع‌آوری می‌کنیم. این داده‌ها شامل تاریخ و قیمت پایانی هر سهم هستند.
- پیش‌پردازش داده‌ها: پس از جمع‌آوری داده‌ها، مرحله پیش‌پردازش آغاز می‌شود. این مرحله شامل منسجم کردن داده‌ها با استفاده از الگوریتم تجزیه و تحلیلی دینامیکی مبتنی بر DMD است. همچنین، نرمال‌سازی داده‌ها انجام می‌شود تا توزیع آماری بهینه آن‌ها بررسی گردد. نرمال‌سازی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(۳۰) \quad y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

- که در این معادله،  $y_i$  داده‌ی نرمال شده،  $\bar{x}$  میانگین داده‌ها و  $S$  انحراف معیار داده‌ها را نشان می‌دهد.
- تقسیم داده‌ها: داده‌ها به دو بخش اصلی، یعنی داده‌های آموزشی<sup>۲۵</sup> و داده‌های آزمایشی<sup>۲۶</sup> تقسیم می‌شوند. در این مرحله، ۸۰٪ از داده‌ها برای آموزش مدل و ۲۰٪ برای ارزیابی عملکرد مدل اختصاص داده می‌شود.
  - آموزش مدل: با استفاده از داده‌های بخش آموزش، فرآیند آموزش مدل MLP آغاز می‌شود. در این مرحله، وزن‌ها و بایاس‌ها تنظیم می‌شوند تا به عملکرد بهینه مدل در طول فرآیند آموزش دست یابیم.
  - ارزیابی عملکرد مدل: برای ارزیابی عملکرد مدل DMD-MLP، از داده‌های آزمایشی استفاده می‌شود تا اثر بخشی مدل در پیش‌بینی قیمت سهام سنجیده شود.

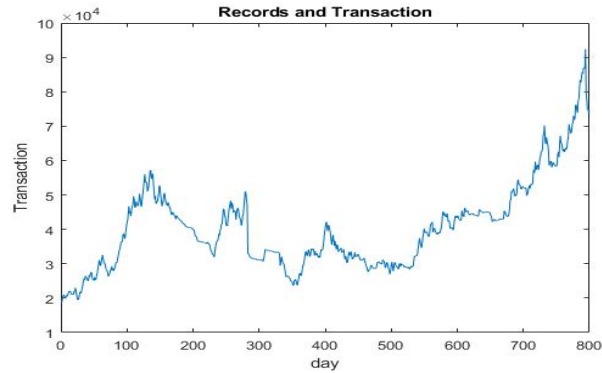
دو روش MLP و DMD-MLP را با استفاده از یک معیار ارزیابی قوی، به نام ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) مقایسه می‌کنیم [۵]. بررسی‌ها نشان می‌دهند که DMD-MLP توانایی زیادی در پیش‌بینی روند نزولی یا صعودی مشابه با رفتار واقعی بازار را دارد. نتایج بخش ۴ نشان می‌دهند که پیش‌بینی‌های DMD-MLP دقیق‌تر هستند.

<sup>25</sup>training data <sup>26</sup>testing data



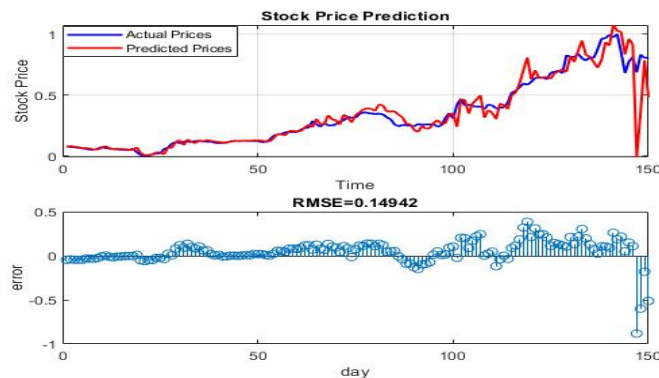
شکل ۲. رفتار ۸۰۰ روزه قیمت سهام افق

Figure 2: 800-day behavior of Ofogh stock price



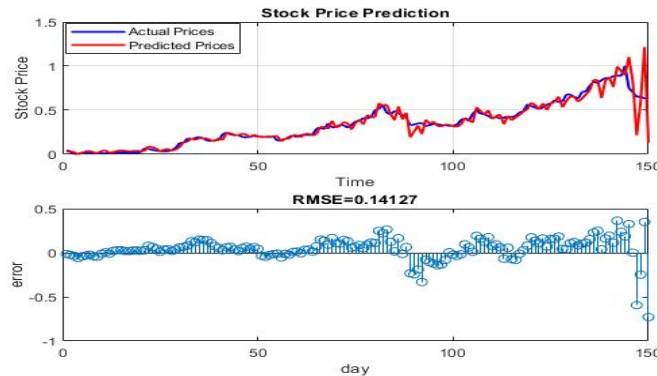
شکل ۳. رفتار ۸۰۰ روزه قیمت سهام تولید کپسول ژلاتین ایران

Figure 3: 800-day behavior of Iran Gelatin Capsule Manufacturing Co. stock price



شکل ۴. پیش‌بینی قیمت سهام افق به روش MLP

Figure 4: Forecasting Ofogh stock price using the MLP method



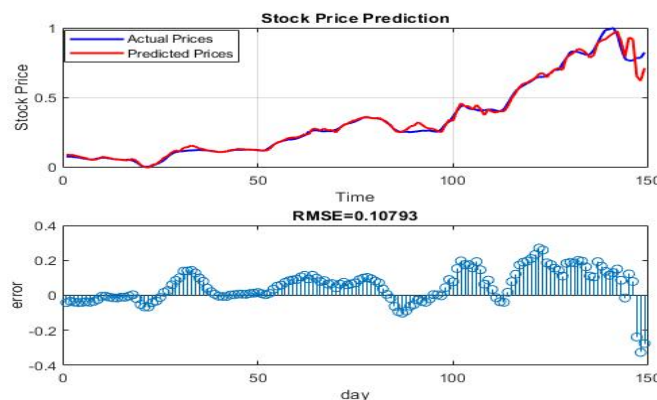
شکل ۵. پیش‌بینی قیمت سهام دکپسول به روش MLP

Figure 5: Forecasting Decapsol stock price using the MLP method

#### ۴. مثال‌ها

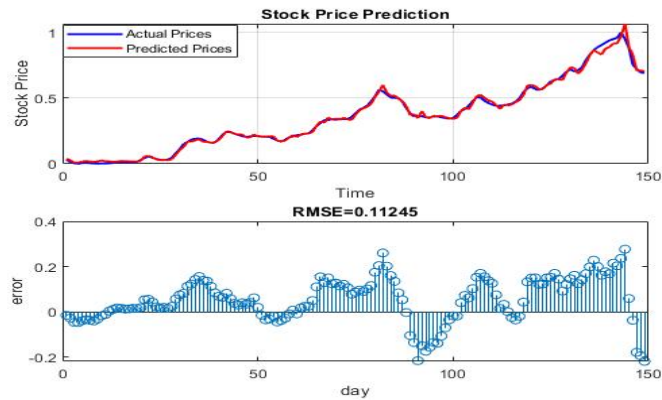
در این بخش، عملکرد روش ترکیبی DMD-MLP با استفاده از سه نمونه رفتار مختلف مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

۱.۴. مثال اول (صعودی). در این مثال، داده‌های مربوط به قیمت پایانی ۸۰۰ روز سهام تولید ژلاتین کپسول ایران (دکپسول) و افق کوروش (افق) که رفتار صعودی داشته‌اند، مورد استفاده قرار گرفته است. داده‌های مربوط به این سهام‌ها در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است. برای ساختن یک شبکه عصبی و آموزش آن، نیاز به داده‌های آموزشی داریم. بنابراین، قیمت مربوط به ۶۵۰ روز را برای آموزش استفاده می‌کنیم و قیمت مربوط به ۱۵۰ روز را برای پیش‌بینی و آزمایش نگه می‌داریم. همان‌طور که در شکل‌های ۴ و ۵ قابل مشاهده است، پیش‌بینی صورت گرفته با MLP از دقت مناسبی برخوردار نیست.



شکل ۶. پیش‌بینی قیمت سهام افق به روش DMD-MLP

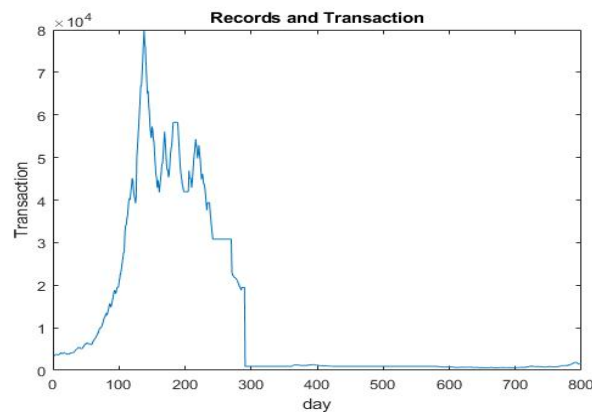
Figure 6: Forecasting Ofogh stock price using the DMD-MLP method



شکل ۷. پیش‌بینی قیمت سهام دکپسول به روش DMD-MLP

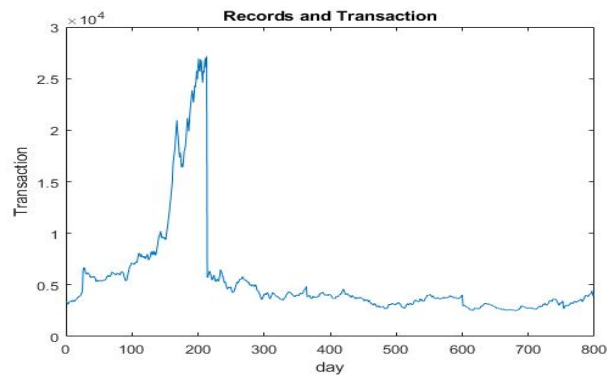
Figure 7: Forecasting Decapsule stock price using the Forecasting Decapsule stock price using the DMD-MLP method method

حال، داده‌های مذکور را برای استخراج داده‌های غالب و منسجم از طریق الگوریتم DMD مورد استفاده قرار می‌دهیم. سپس، داده‌های پیش‌پردازش شده را به شبکه MLP وارد می‌کنیم. داده‌های آماری مربوط به ۶۵ روز، برای آموزش مدل مورد استفاده قرار می‌گیرند و داده‌های مربوط به ۱۵ روز باقیمانده محفوظ می‌مانند تا برای پیش‌بینی و آزمایش استفاده شوند. شکل‌های ۶ و ۷ نشان می‌دهند که داده‌های پیش‌بینی شده برای ۱۵ روز آینده از دقت خوبی برخوردار هستند. داده‌ها نشان‌دهنده وجود همبستگی معنی‌دار مثبت بین قیمت سهام و روزهای پیش‌بینی است. همچنین، بر اساس نمودار RMSE، می‌توان استنتاج کرد که میزان خطا در این روش نسبت به روش MLP کمتر است.



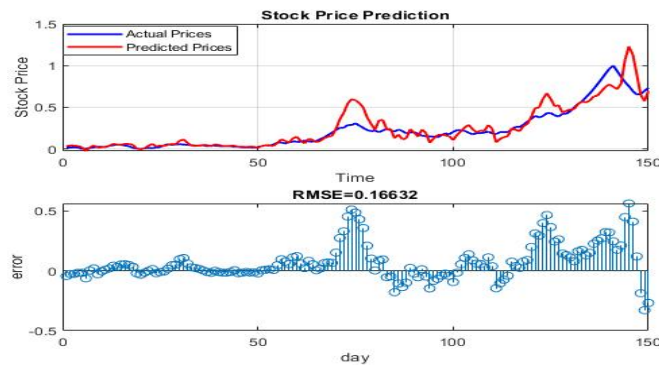
شکل ۸. رفتار ۸۰۰ روزه قیمت سهام دی

Figure 8: 800-day behavior of Dey Bank stock price



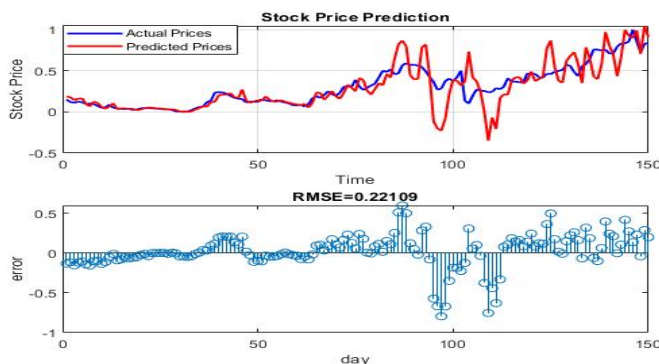
شکل ۹. رفتار ۸۰۰ روزه سهام وبملت

Figure 9: 800-day behavior of WebMellat (Bank Mellat) stock



شکل ۱۰. پیش‌بینی قیمت سهام دی به روش MLP

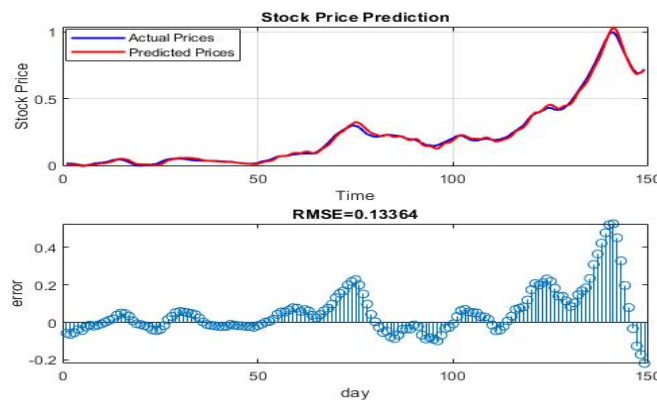
Figure 10: Forecasting Day Bank stock price using the MLP method



شکل ۱۱. پیش‌بینی قیمت سهام وبملت به روش MLP

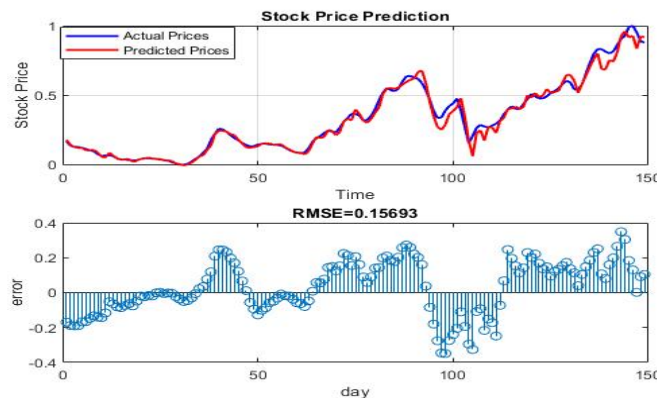
Figure 11: Forecasting WebMellat (Bank Mellat) stock price using the MLP method

۲.۴. مثال دوم (نزولی). داده‌های مربوط به سهام‌های بانک دی (دی) و بانک ملت (وبملت) در بورس اوراق بهادار تهران مورد استفاده قرار گرفته است که شامل قیمت‌های پایانی سهام در ۸۰ روز می‌باشد. این اطلاعات در شکل‌های ۸ و ۹ ارائه شده است. به‌منظور آموزش، داده‌های مربوط به ۶۵ روز مورد استفاده قرار می‌گیرد و ۱۵ روز باقی‌مانده برای اهداف آزمایشی محفوظ می‌مانند. یافته‌های ارائه‌شده در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های صورت گرفته با MLP از دقت مناسبی برخوردار نیست. علاوه بر این، نمودار خطای RMSE وجود نرخ خطای بالا را نشان می‌دهد. حال، داده‌های مذکور را برای استخراج داده‌های غالب و منسجم از طریق الگوریتم DMD مورد استفاده قرار می‌دهیم. سپس، داده‌های پیش‌پردازش شده را به شبکه MLP وارد می‌کنیم. در مرحله آموزش از داده‌های مربوط به ۶۵ روز از بازار سهام و برای پیش‌بینی از داده‌های مربوط به ۱۵ روز بازار سهام استفاده می‌کنیم. یافته‌های ارائه شده در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان می‌دهد که پیش‌بینی صورت گرفته از دقت مناسبی برخوردار است. علاوه بر این، نمودار RMSE نشان می‌دهد که در مقایسه با روش MLP، میزان خطای کمتری وجود دارد. این روند ثابت و متعادل باقی‌ماند و افزایش قیمت سهام همراه با افزایش متناظر در روند پیش‌بینی است، در حالی که کاهش قیمت سهام باعث کاهش در روند پیش‌بینی می‌شود.



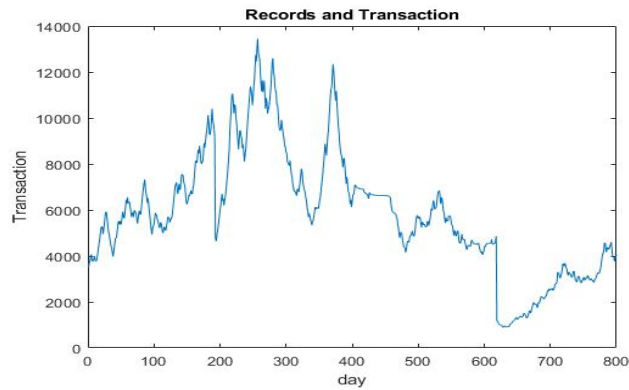
شکل ۱۲. پیش‌بینی قیمت سهام دی به روش DMD-MLP

Figure 12: Forecasting Day Bank stock price using the DMD-MLP method



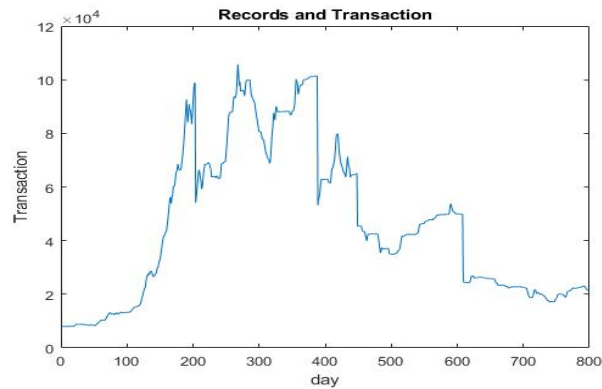
شکل ۱۳. پیش‌بینی قیمت سهام وبملت به روش DMD-MLP

Figure 13: Forecasting WebMellat (Bank Mellat) stock price using the DMD-MLP method



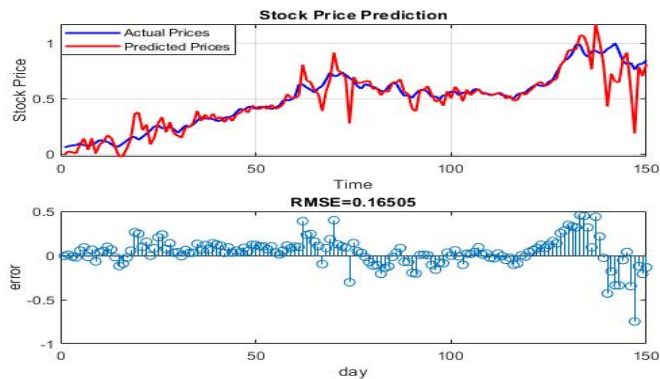
شکل ۱۴. رفتار ۸۰۰ روزه قیمت سهام دانا

Figure 14: 800-day behavior of Dana Insurance stock price



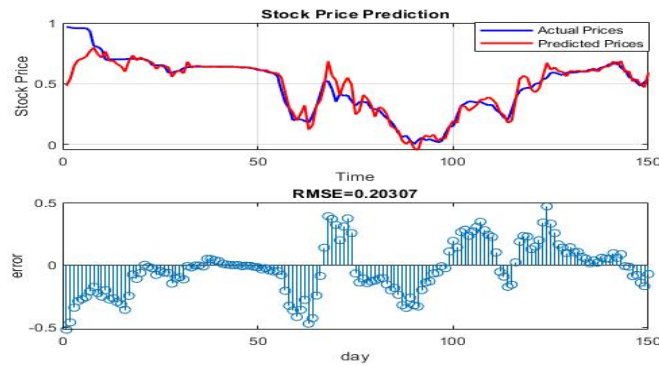
شکل ۱۵. رفتار ۸۰۰ روزه قیمت سهام وپاسار

Figure 15: 800-day behavior of Pasargad Bank (Vapasar) stock price



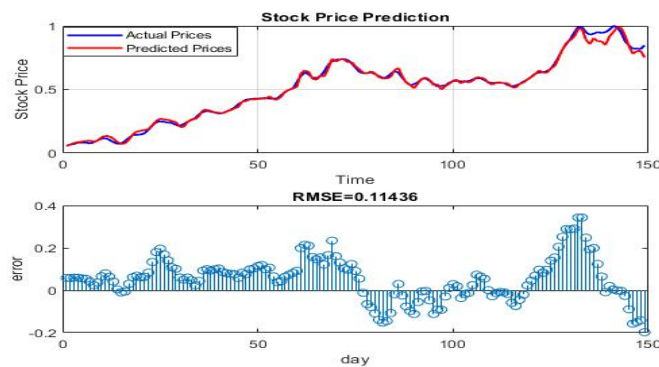
شکل ۱۶. پیش‌بینی قیمت سهام دانا به روش MLP

Figure 16: Forecasting Dana Insurance stock price using the MLP method



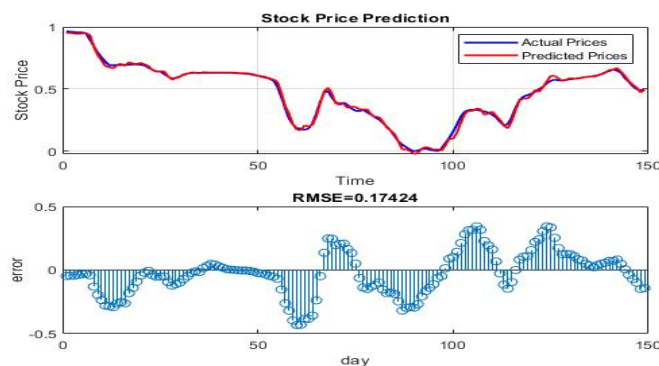
شکل ۱۷. پیش‌بینی قیمت سهام وپاسار به روش MLP

Figure 17: Forecasting Pasargad Bank (Vapasar) stock price using the MLP method



شکل ۱۸. پیش‌بینی قیمت سهام دانا به روش DMD-MLP

Figure 18: Forecasting Dana Insurance stock price using the DMD-MLP method



شکل ۱۹. پیش‌بینی قیمت سهام وپاسار به روش DMD-MLP

Figure 19: Forecasting Pasargad Bank (Vapasar) stock price using the DMD-MLP method

۳.۴. مثال سوم (حالت خنثی). در این مثال، داده‌های مربوط به سهام شرکت بیمه دانا (دانا) و بانک پاسارگاد (وپاسار) در بورس اوراق بهادار تهران مورد استفاده قرار گرفته است که شامل یک بازه زمانی ۸۰۰ روزه می‌باشد. قیمت

پایانی این سهم‌ها در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ به تصویر کشیده شده است. برای ساختن یک شبکه عصبی و آموزش آن، نیاز به داده‌های آموزشی داریم. بنابراین، قیمت مربوط به ۶۵° روز را برای آموزش استفاده می‌کنیم و قیمت مربوط به ۱۵° روز را برای پیش‌بینی و آزمایش نگه می‌داریم. همانطور که در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ قابل مشاهده است، پیش‌بینی صورت گرفته با MLP از دقت مناسبی برخوردار نیست.

حال از الگوریتم DMD برای استخراج داده‌های غالب و منسجم استفاده می‌کنیم. سپس، داده‌های حاصل را به شبکه MLP وارد کرده و روند آموزش و پیش‌بینی مانند مثال‌های قبل اجرا می‌شود. شکل‌های ۱۸ و ۱۹ نشان‌دهنده عملکرد عالی این روش در مقایسه با MLP است و خطای RMSE مرتبط با این روش کمتر از روش MLP است.

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با هدف پیش‌بینی روند صعودی یا نزولی بازار سهام، در این مطالعه یک روش ترکیبی جدید به نام DMD-MLP را بر مبنای شبکه عصبی MLP و روش DMD معرفی کردیم. در واقع، ما از طریق الگوریتم DMD به بخش منسجم و غالب داده‌ها که روند اصلی سری زمانی مدنظر را در بر دارند، دسترسی پیدا می‌کنیم. کارایی این روش را از طریق چند مثال نشان دادیم و نتایج ارزشمندی را در مقایسه با MLP به دست آوردیم. با توجه به پتانسیل بالای الگوریتم DMD، می‌توانیم از این الگوریتم و سایر الگوریتم‌های توسعه‌یافته بر مبنای آن به عنوان یک افزونه برای ساختارهای عصبی و همچنین، سایر روش‌های داده‌محور بهره بگیریم. به علاوه، این رویکرد می‌تواند برای پیش‌بینی سری‌های زمانی در حوزه‌های مختلف به کار گرفته شود.

## مراجع

- [1] R. Achkar, F. Elias-Sleiman, H. Ezzidine and N. Haidar, Comparison of BPA-MLP and LSTM-RNN for stocks prediction, *in 6th International symposium on computational and business intelligence (ISCBI)*, (2018) 48–51.
- [2] G. Ahmadi and Z. Akbari, Investigating air pollutants in Lorestan province and predicting their concentration using multi-layer neural network with stable online training (case studies: Khorramabad and Poldakhter), *Nivar*, **48** no. 126-127 (2024) 109–126.
- [3] G. Ahmadi and M. Dehghandar, Chaotic time series prediction using rough-neural networks, *Math. Interdisc. Res.*, **8** no. 2 (2023) 71–92.
- [4] C. C. Aggarwal, *Neural networks and deep learning*, Springer, 2018.
- [5] C. M. Bishop and N. M. Nasrabadi, *Pattern recognition and machine learning*, Springer, 2006.
- [6] M. Doaei, S. A. Mirzaei and M. Rafigh, Hybrid multilayer perceptron neural network with grey wolf optimization for predicting stock market index, *Advances in mathematical finance and applications*, **6** no. 4 (2021) 883–894.
- [7] I. Goodfellow, Y. Bengio and A. Courville, *Deep learning*, MIT Press, 2016.
- [8] S. Haykin, *Neural networks and learning machines (3rd ed.)*, Pearson, 2009.
- [9] A. Kurani, P. Doshi, A. Vakharia, et al. A Comprehensive comparative study of artificial neural network (ANN) and support vector machines (SVM) on stock forecasting, *Ann. Data. Sci.*, **10** (2023) 183–208.
- [10] Y. C. Liang, H. P. Lee, S. P. Lim, W. Z. Lin, K. H. Lee and C. G. Wu, Proper orthogonal decomposition and its applications-part i: Theory, *Journal of Sound and Vibration*, **252** no. 3 (2002) 527–544.

- [11] R. Karimkhani, Y. E. Tabriz and G. Ahmadi, A new hybrid method of dynamic mode decomposition and long short-term memory for financial market forecasting, *Journal of Mathematics and Modeling in Finance*, **3** no. 2 (2023) 1–16.
- [12] B. O. Koopman, Hamiltonian systems and transformation in Hilbert space, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **17** no. 5 (1931) 315–318.
- [13] J. N. Kutz, S. L. Brunton, B. W. Brunton and J. L. Proctor, *Dynamic mode decomposition: data-driven modeling of complex systems*, SIAM, 2016.
- [14] M. Lu and X. Xu, TRNN: An efficient time-series recurrent neural network for stock price prediction, *Information Sciences*, **657** (2024) 119951.
- [15] M. L. Minsky and S. A. Papert, *Perceptrons: an introduction to computational geometry*, MIT Press, Cambridge, 1968.
- [16] J. Mann and J. N. Kutz, Dynamic mode decomposition for financial trading strategies, *Quantitative Finance*, **16** no. 11 (2016) 1643–1655.
- [17] T. M. Mitchell, *Machine learning* (McGraw-Hill international editions computer science series), 1997.
- [18] M. P. Naeini, H. Tareman and H. B. Hashemi, Stock market value prediction using neural networks, in *International conference on computer information systems and industrial management applications (CISIM)*, (2010) 132–136.
- [19] A. T. Oyewole, O. B. Adeoye, W. Afua Addy, C. C. Okoye, O. C. Ofodile and C. E. Ugochukwu, Predicting stock market movements using neural networks: A review and application study, *Computer Science and IT Research Journal*, **5** no. 3 (2024) 651–670.
- [20] T. Peters, *Data-driven science and engineering: machine learning, dynamical systems, and control*, Cambridge, Cambridge University Press, 2019.
- [21] F. Rosenblatt, *The perceptron, a perceiving and recognizing automaton Project Para*, Cornell Aeronautical Laboratory, 1957-58.
- [22] P. J. Schmid, Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data, *Journal of fluid mechanics*, **656** (2010) 5–28.
- [23] Y. G. Song, Y. L. Zhou and R. J. Han, Neural networks for stock price prediction, arXiv preprint arXiv:1805.11317, (2018) pp. 13.
- [24] G. W. Stewart, On the early history of the singular value decomposition, *SIAM Review*, **35** no. 4 (1993) 551–566.
- [25] R. S. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement learning: an introduction (2nd ed.)*, MIT Press, 2018.
- [26] J. H. Tu, *Dynamic mode decomposition: Theory and applications*, Princeton University, 2013.
- [27] D. Wu, X. Ma and D. L. Olson, Financial distress prediction using integrated Z-score and multilayer perceptron neural networks, *Decision Support Systems*, **159** (2022) 113814.
- [28] P. Yu and X. Yan, Stock price prediction based on deep neural networks, *Neural Computing and Applications*, **32** no. 6 (2020) 1609–1628.

### رویا کریم‌خانی

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران  
karimkhani@student.pnu.ac.ir

رویا کریم‌خانی متولد تیرماه ۱۳۷۰ در شهر خلخال است. وی مدرک کارشناسی دبیری ریاضی را در سال ۱۳۹۲ از دانشگاه آزاد تبریز و مدرک کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۹۴ از همین دانشگاه دریافت نمود و در سال ۱۴۰۳ موفق به اخذ درجه دکترای تخصصی در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه پیام‌نور شد.



### یوسف ادریسی تبریز

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران  
yousef-edrisi@pnu.ac.ir

یوسف ادریسی تبریز، استادیار گروه ریاضی دانشگاه پیام نور، از اعضای هیئت علمی این دانشگاه از سال ۱۳۸۷ تاکنون است. وی مدرک کارشناسی ریاضی محض را در سال ۱۳۸۳ از دانشگاه پیام‌نور تبریز و مدرک کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۸۵ از دانشگاه تبریز دریافت نمود و در سال ۱۳۹۴ موفق به اخذ درجه دکترای تخصصی در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه پیام‌نور شد.



### قاسم احمدی

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران  
g.ahmadi@pnu.ac.ir

قاسم احمدی، استادیار گروه ریاضی دانشگاه پیام نور، از اعضای هیئت علمی این دانشگاه از سال ۱۳۸۷ تاکنون است. وی مدرک کارشناسی ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۸۲ از دانشگاه کاشان و مدرک کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۸۴ از دانشگاه صنعتی اصفهان دریافت نمود و در سال ۱۳۹۵ موفق به اخذ درجه دکترای تخصصی در رشته ریاضی کاربردی از دانشگاه پیام‌نور شد.

