

THOUGHTS ON JUN OTSUKA'S THINKING ABOUT STATISTICS THE PHILOSOPHICAL FOUNDATIONS**

ELLIOTT SOBER^{ORCID}

TRANSLATORS: MOHAMMAD GHASEM VAHIDI ASL^{ORCID}

ABSTRACT. Jun Otsuka's excellent book, *Thinking about Statistics - the Philosophical Foundations* [11] is mostly organized around the idea that different statistical approaches can be illuminated by linking them to different ideas in general epistemology. Otsuka connects Bayesianism to internalism and foundationalism, frequentism to reliabilism, and the Akaike Information Criterion in model selection theory to instrumentalism. This useful mapping doesn't cover all the interesting ideas he presents. His discussions of causal inference and machine learning are philosophically insightful, as is his idea that statisticians embrace an assumption that is similar to Hume's Principle of the Uniformity of Nature. I discuss these topics in what follows, sometimes disagreeing with details while at other times adding ideas that complement those presented in the book.

1. Introduction: Bridging Epistemology and Statistical Practice

Jun Otsuka's book, "Thinking about Statistics - the Philosophical Foundations," represents a significant contribution to the field by explicitly connecting diverse statistical methodologies with fundamental concepts in epistemology. This ambitious project seeks to illuminate the underlying philosophical commitments inherent in different statistical approaches, moving beyond purely technical considerations to reveal their broader intellectual context. Otsuka posits that statistical frameworks are not

Article Type: Translation Paper.

Communicated by Saeid Maghsoudi.

Received: 12-02-2025, Accepted: 09-03-2025, Published Online: 30-09-2025.

The above abstract has been extracted by the translator from the original article (E. Sober, Thoughts on jun otsuka's thinking about statistics– the philosophical foundations, *Asian Journal of Philosophy*, **3 (2025) 11 pp.)

<https://dx.doi.org/10.22108/msci.2025.144347.1726> .



simply neutral tools for data analysis but are, in fact, deeply intertwined with specific epistemological viewpoints. Specifically, the book argues for a connection between Bayesianism and internalism/foundationalism, frequentism and reliabilism, and the Akaike Information Criterion (AIC) with instrumentalism. This review paper undertakes a critical examination of these connections, evaluating their strengths, identifying potential limitations, and offering complementary perspectives. Furthermore, it considers Otsuka’s discussions of causal inference, machine learning, and the often-implicit assumption of the Uniformity of Nature in statistical reasoning. By engaging with these topics, this paper aims to contribute to a deeper understanding of the philosophical underpinnings of statistical practice and to foster a more nuanced appreciation of the diverse approaches available to researchers. This paper, in essence, is a thought experiment, a reflection on the connections drawn by Otsuka, and an extension of the philosophical inquiries he initiates.

2. Main Results: A Critical Examination of Otsuka’s Framework

The core of Otsuka’s thesis lies in his association of specific statistical paradigms with particular epistemological stances. The present analysis focuses on three key areas: the Bayesian-internalist/foundationalist link, the frequentist-reliabilist link, and the AIC-instrumentalist connection. In each case, the analysis will elaborate on Otsuka’s arguments and then present a critical consideration of them.

2.1. Bayesianism, Internalism, and Foundationalism: A Nuanced Relationship. Otsuka argues that Bayesianism aligns with internalism, which he further characterizes as a form of foundationalism. Internalism, in this context, suggests that the justification of a belief depends on its relationship to other beliefs within an individual’s cognitive system. Foundationalism, in turn, posits the existence of a privileged class of beliefs that are considered absolutely certain and serve as the bedrock for all other justified beliefs. While this characterization arguably holds true for radical subjective Bayesianism, where probabilistic coherence is the sole criterion for rationality and observations are treated as certainties, it overlooks the diversity within Bayesian thought. As Otsuka discusses, Neurath’s boat analogy highlights the fact that Bayesianism does not require the system of beliefs to be on a perfectly certain foundation, rather, we start with the beliefs we currently have, and modify them in the light of new experiences.

Alternatives to foundationalist Bayesianism exist. Jeffrey’s work challenges the notion of strict conditionalization, proposing that observations lead to probabilities rather than certainties, resulting in an infinite hierarchy of probability statements. Empirical Bayes methods, as illustrated by the insurance example, offer another departure. While Otsuka contends that empirical Bayes lacks justification within a strictly Bayesian framework due to its violation of the likelihood principle and “double-dipping,” this paper argues that these features do not necessarily invalidate it. The practical utility of empirical Bayes in various contexts suggests that a more flexible interpretation of Bayesian principles may be warranted. Furthermore, the paper supplements Otsuka’s analysis by addressing the



challenge of assigning likelihoods to “catchall hypotheses.” In many real-world scenarios, hypotheses are not mutually exclusive and exhaustive, leading to the need for a “catchall” category to account for all remaining possibilities. However, assigning probabilities to such broad and ill-defined hypotheses poses a significant challenge for Bayesian reasoning. The example of the allele fixation probability is a good example of how this is done: it is clear that the probability that an allele has of going to fixation is $1/(2N)$, if (1) the population is diploid, (2) the allele evolves by pure drift, and (3) the population has a fixed size in each generation of N individuals. But now consider what the probability of fixation is if this three-fold conjunction is false. This negation of the conjunction is a “catchall” in that it involves a vast disjunction of different possibilities (catching them all). It is puzzling, to say the least, what the probability of fixation is, given the negation (1)&(2)&(3). This issue highlights the limitations of Bayesianism in dealing with complex and uncertain situations and underscores the need for alternative or complementary approaches.

2.2. Frequentism and Reliabilism: The Primacy of Procedure. Otsuka connects classical frequentism, encompassing significance tests, Neyman-Pearson hypothesis tests, and confidence intervals, with reliabilism in epistemology. Reliabilism emphasizes the reliability of the methods or processes used to generate beliefs as the primary criterion for epistemic merit. While Otsuka also identifies the frequency interpretation of probability and the avoidance of assigning probabilities to hypotheses as key features of frequentism, this paper argues that the latter is the most central.

The core distinction between frequentism and Bayesianism lies in their treatment of hypotheses. Bayesianism assigns probabilities to hypotheses and updates them based on evidence using Bayes' theorem. Frequentism, on the other hand, evaluates hypotheses without directly computing their posterior probabilities. Instead, it focuses on the long-run performance of statistical procedures.

The paper critiques the asymptotic frequency interpretation of probability, arguing that it fails to provide a meaningful explication of the concept of probability. Rather, it simply restates the law of large numbers as the number of runs goes to infinity, providing no elucidation of probability itself.

Furthermore, the paper challenges the notion that reliabilism is exclusive to frequentism. Bayesianism, it argues, can also account for the reliability of observational processes. Eddington's example of estimating the size of the fish in a lake illustrates how Bayesian reasoning can incorporate information about the reliability of the sampling method. The Law of Likelihood, which states that evidence favors the hypothesis that renders the observation more probable, can be used to refine Bayesian inferences by considering potential biases or limitations in the data.

The evaluation of hypothesis testing procedures further highlights the differences between Bayesian and frequentist approaches. Bayesians prioritize the assessment of individual beliefs based on available evidence and prior probabilities, while frequentists focus on the operating characteristics of statistical rules. The paper draws an analogy to act and rule utilitarianism to illustrate this distinction. Bayesians, like act utilitarians, focus on the consequences of each individual action (belief), while



frequentists, like rule utilitarians, prioritize the adoption of general rules (statistical procedures) that maximize overall well-being (accuracy).

2.3. The Akaike Information Criterion and Instrumentalism: Prediction over Truth. Otsuka argues that the Akaike Information Criterion (AIC) aligns with the instrumentalist view of science. Instrumentalism posits that the primary goal of scientific inference is to make accurate predictions, rather than to uncover the true underlying mechanisms. The AIC, which balances model fit with model complexity, embodies this instrumentalist spirit.

The AIC provides a means of selecting the model that is expected to perform best in predicting new data. The surprising aspect of the AIC is that models with a higher number of adjustable parameters is not always better - rather, the best is to use a “false” model if it predicts more accurately. The paper agrees with Otsuka’s assessment, reinforcing the connection between the AIC and instrumentalism.

3. Conclusions: Affirming Otsuka’s Insights and Exploring Future Directions

In conclusion, Otsuka’s work makes a valuable contribution by connecting statistical methodologies with philosophical concepts. While the paper offers critical perspectives and supplementary ideas, it affirms the book’s insightful contributions to the philosophical foundations of statistics, particularly concerning Bayesianism, frequentism, and the instrumentalist perspective on model selection. Otsuka’s exploration of causal inference, machine learning, and the assumption of the Uniformity of Nature further enriches the discussion.

Otsuka’s work serves as a valuable starting point for further research. Future studies could explore the philosophical implications of other statistical methods or delve deeper into the relationship between statistical practice and specific scientific disciplines. By continuing to bridge the gap between statistics and philosophy, we can foster a more critical and informed approach to data analysis and scientific inference.

Mohammad Ghasem Vahidi

Faculty of Mathematical Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

m-vahidi@sbu.ac.ir

اندیشه‌هایی درباره‌ اندیشیدن درباره‌ آمار- مبانی فلسفی جون اوتسوکا**

الیوت سوپر^{ID}

مترجم: محمدقاسم وحیدی اصل^{ID*}

چکیده. کتاب عالی، جون اوتسوکا، اندیشیدن درباره‌ آمار- مبانی فلسفی [۱۱]، عمدتاً حول این ایده سازمان‌دهی شده است که می‌توان به رویکردهای آماری مختلف با پیوند دادن آن‌ها به ایده‌های مختلف در معرفت‌شناسی عمومی، روشنی بخشید. اوتسوکا بی‌زگرایی را به درونگرایی و مبنایگرایی، فراوانی‌گرایی را به اعتمادگرایی، معیار اطلاع آکائیکه در نظریه‌مدل‌گزینی را به ابزارگرایی ربط می‌دهد. چنین ربطدهی سودمندی، تمام ایده‌های جالبی را که او ارائه می‌دهد، در بر نمی‌گیرد. بحث‌های او درباره‌ استنتاج علی و یادگیری ماشین از لحاظ فلسفی بینش‌آفرین‌اند و این امر در خصوص این ایده‌ او نیز که آماردانان به فرضی مشابه با اصل یکنواختی طبیعت هیوم معتقدند، صادق است. در ادامه‌ مطلب، من این موضوعات را مورد بحث قرار می‌دهم، گاهی در جزئیات به مخالفت برمی‌خیزم، درحالی‌که گاهی ایده‌هایی را که مکمل ایده‌های ارائه‌شده در کتاب هستند، بر آن می‌افزایم.

۱. بی‌زگرایی

همان‌طور که گفته شد، اوتسوکا بی‌زگرایی را فلسفه‌ای درونگرا می‌داند و با درونگرایی به‌عنوان نوعی مبنایگرایی^۱ رفتار می‌کند. برای اوتسوکا، درونگرایی آن بر نهاد^۲ است که طبق آن باورهای یک فاعل^۳ به‌طور "درونی" از طریق رابطه‌ آن‌ها با سایر باورها توجیه می‌شوند، و مبنایگرایی، بر نهادی است که طبق آن رده‌ خاصی از باورهای فاعل وجود دارد که مطلقاً قطعی^۴ اند، و هر باور موجه خارج از آن رده‌ خاص بنا بر رابطه‌اش با آن قطعیت^۵ها توجیه می‌شود. این پیوند^۶ بی‌زگرایی با درونگرایی/مبنایگرایی، در حالت بی‌زگرایی ذهنی افراط‌گرایانه که انسجام احتمالاتی (یعنی سازگاری با اصل موضوع‌های احتمال) را تنها شرط خردمندانه می‌بیند، موجه و این دیدگاه بر این اعتقاد است که فاعل‌ها به باورهای جدیدی که با مشاهده به دست می‌آورند، کاملاً اطمینان دارند. باین‌حال شکل‌های دیگری از بی‌زگرایی وجود دارد که مبنایگرایی نیستند. اوتسوکا به قیاس معرفتی، منسوب به اتو نویرات^۷، اشاره می‌کند که واری باورها را به تعمیر یک قایق شناور در دریای آزاد تشبیه می‌کند. بر طبق نظر نویرات، هدف درخور معرفت‌شناسی این نیست که نظام باورهای خود را بر مبنایی کاملاً مشخص قرار دهیم؛ بلکه با تمام باورهایی که اکنون در

نوع مقاله: ترجمه‌ای

دبیرتخصصی رابط: سعید مقصودی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۱/۲۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۹ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۴/۰۷/۰۸

* این کتاب توسط مترجم مقاله حاضر ترجمه و در سال ۱۴۰۲ از سوی انتشارات مبتکران منتشر شده است. لازم به ذکر است که ارجاعات به صفحات کتاب در متن این مقاله، به کتاب اصلی است و نه ترجمه. در ضمن جا دارد که همین‌جا از جناب آقای دکتر سید محمود طاهری، استاد محترم دانشگاه تهران، که متن ترجمه را خوانده و نکات سودمندی را متذکر شده‌اند، سپاسگزاری کنم.

** نوشته حاضر ترجمه مقاله زیر است:

E. Sober, Thoughts on jun otsuka's thinking about statistics- the philosophical foundations, *Asian Journal of Philosophy*, 3 (2024) 11 pp.

ارجاع به مقاله: ا. سوپر، مترجم: م. ق. وحیدی اصل، اندیشه‌هایی درباره‌ اندیشیدن درباره‌ آمار- مبانی فلسفی جون اوتسوکا، ریاضی و جامعه، ۱۱ شماره ۱ (۱۴۰۵) ۴۳-۵۶.

https://dx.doi.org/10.22108/msci.2025.144347.1726

¹foundationalism ²thesis ³agent ⁴absolutely certain ⁵certainty ⁶linkage ⁷Otto Neurath

دست داریم شروع می‌کنیم و می‌پرسیم که چگونه این باورها باید در پرتو تجربیات جدید جرح و تعدیل شوند. بیزگراها می‌توانند این گزینه در مقابل مبنایابی را با آغوش باز بپذیرند و چنین هم می‌کنند.

عدول دوم بیزگرای مبنایابی را با آغوش باز بپذیرند و چنین هم می‌کنند. جفری [۸] شروع به پروردن این ایده جایگزین کرد که چیزی که از مشاهده می‌آموزیم آن است که این یا آن گزاره احتمال معینی دارد. جفری این موضوع را انکار می‌کند که گزاره‌های احتمال را می‌بایست به‌عنوان یک قطعیت پذیرفت. آن‌ها نیز احتمال‌هایی دارند. این امر به یک سلسله مراتب نامتناهی از گزاره‌های احتمال منجر می‌شود. قطعیت دربارهٔ مشاهدات به‌طور مداوم کنار گذاشته می‌شود.

گزینه سوم در مقابل بیزگرای مبنایابی، که اوتسوکا از آن یاد می‌کند، "بیز تجربی" است که در خصوص آن می‌توان به [۱۳] مراجعه کرد. مثالی از ویکی‌پدیا به این شرح است:

فرض کنید هر مشتری یک شرکت بیمه دارای یک "نرخ تصادف" θ است که توزیع احتمال θ ، توزیع زمینه‌ای و مجهول است. تعداد تصادف‌های هر مشتری در یک دورهٔ زمانی مشخص، دارای توزیع پواسون است که امید ریاضی آن برابر با نرخ تصادف آن مشتری خاص است. تعداد واقعی تصادف‌های هر مشتری، کمیت قابل مشاهده است. یک روش نادقیق برای برآورد توزیع احتمال زمینه‌ای نرخ تصادف θ آن است که نسبت اعضای کل جامعه را که متحمل ۰، ۱، ۲، ۳، ... تصادف طی آن دورهٔ زمانی مشخص می‌شوند، با نسبت متناظر در نمونهٔ تصادفی مشاهده‌شده برآورد کنیم. با انجام این کار، آنچه پس از آن مد نظر است، این است که نرخ تصادف هر مشتری در نمونه را پیشگویی کنیم. مانند بالا، می‌توان از امید ریاضی شرطی نرخ تصادف θ مشروط بر تعداد مشاهده شدهٔ تصادف‌ها طی دورهٔ پایه استفاده کرد. برای مثال، اگر یک مشتری متحمل شش تصادف در طول دورهٔ پایه شده باشد، نرخ تصادف برآوردی آن مشتری

[آن نسبت از نمونه که ۶ تصادف متحمل شده‌اند]/[آن نسبت از نمونه که ۷ تصادف متحمل شده‌اند] $\times 7$

است. توجه داشته باشید که اگر نسبت افرادی که متحمل k تصادف شده‌اند، تابعی کاهشی از k باشد، نرخ تصادف پیشگویی شدهٔ مشتری اغلب کمتر از تعداد تصادف‌های مشاهده شدهٔ آن‌ها خواهد بود. این اثر انقباضی^۹ وضعیت متداول تحلیل‌های بیز تجربی است.

اوتسوکا [۱۱، ص. ۶۶] می‌گوید که "رویکرد بیز تجربی، توجیهی در درون آمار بیزی ندارد"، اما به نظرم مراد او آن باشد که این رویکرد با شکل درون‌گرایانه و مبنایابی بیزگرایایی که او توصیف می‌کند، مطابقت ندارد. اوتسوکا خاطرنشان می‌کند که بیز تجربی از اصل درست‌نمایی تخلف می‌کند (که ارتباط شواهدی مشاهده‌ای مانند O با فرضیه‌ای مانند H کاملاً توسط $\Pr(O|H)$ به چنگ می‌آید) و اینکه بیز تجربی مقصر "هم از توبره و هم از آخور خوردن"^{۱۰} است، از این نظر که از داده‌ها هم برای برآورد احتمال پیشینی و هم پسینی استفاده می‌شود. از نظر من، این نکات دربارهٔ بیز تجربی آن را از اعتبار نمی‌اندازد.

آخرین نکتهٔ من در مورد بحث اوتسوکا از بیزگرایایی، نه نقدی بر او، بلکه تکمله‌ای بر این گفتهٔ اوست که بیزگرایایی در توجیه تخصیص درست‌نمایی‌ها به "فرضیه‌های همه‌گیرانداز"^{۱۱} با مشکل روبه‌روست. روشن است که این احتمال که یک آلل برای تثبیت شدن^{۱۲} دارد، $1/(2N)$ است، هرگاه (۱) جامعه دولا^{۱۳} باشد، (۲) آلل با رانش خالص تکامل یابد، و (۳) جامعه در هر نسل متشکل از N فرد دارای اندازه ثابت باشد. اما حالا این مطلب را در نظر بگیرید که احتمال تثبیت در صورتی که این ترکیب عطفی سه‌گانه کاذب باشد، چقدر است. این نفی^{۱۴} ترکیب عطفی، یک "همه‌گیراندازی" است از این نظر که متضمن انفکاک^{۱۵} گسترده‌ای از امکان‌های مختلف (گیراندازی همهٔ آن‌ها) است. با اکتفا به گفتن حداقل، پرسش از اینکه احتمال تثبیت، با توجه به نفی (۱) & (۲) & (۳) چقدر است، مطلب گیج‌کننده‌ای است. این مطلب، مشکلی برای بیزگراهاست که به اندازهٔ مشکل آشنا تر تخصیص مقادیر به احتمال‌های پیشینی، جدی است.

⁸strict conditionalization ⁹shrinkage effect ¹⁰double-dipping ¹¹catchall ¹²going to fixation ¹³diploid ¹⁴negation

¹⁵disjunction

۲. فراوانی‌گرایی

اوتسوکا می‌گوید که فراوانی‌گرایی کلاسیک (برای مثال آزمون‌های معنی‌داری، آزمون‌های فرضیهٔ نیمن - پی‌یرسونی و بازه‌های اطمینان) مرتبط با اعتمادگرایی^{۱۶} در معرفت‌شناسی است. اعتمادگرایی عبارت از این دیدگاه است که شایستگی‌های معرفتی یک باور را باید بر این اساس قضاوت کنیم که ببینیم آیا روش‌ها یا فرایندهای مورد استفاده برای ایجاد یک باور، قابل اعتماد هستند یا خیر. اوتسوکا همچنین می‌گوید [۱۱، ص. ۷۷] که فراوانی‌گرایی، مبتنی بر آن تفسیر فراوانی‌گرایی از احتمال است که کانون توجه آن بر حد یک سری نامتناهی است و سوم اینکه او متذکر می‌شود [۱۱، ص. ۷۸] که فراوانی‌گرایان به فرضیه‌ها احتمال تخصیص نمی‌دهند.

من فکر می‌کنم در بین این ایده‌ها، سومی است که بیشترین اهمیت را برای فراوانی‌گرایی دارد، از این نظر که تفاوت بنیادی بین فراوانی‌گرایی و بیزگرایی را مشخص می‌کند. بیزگرایی در همهٔ اشکال آن نقشی اساسی برای قضیهٔ بیز قائل است، اما فراوانی‌گرایان فرضیه‌ها را بدون محاسبهٔ احتمال‌های پسینی آن‌ها ارزیابی می‌کنند. در خصوص ارتباطی که اوتسوکا بین فراوانی‌گرایی و تفسیر فراوانی‌مجبانی از احتمال برقرار می‌کند، من بر این عقیده‌ام که تفسیر فراوانی‌مجبانی اصلاً تفسیر نیست. به گزارهٔ زیر توجه کنید:

(C) احتمال شیر آمدن سکهٔ c هنگام پرتاب ۵٪ است و پرتاب‌ها از یکدیگر مستقل‌اند.

آنچه قانون اعداد بزرگ دربارهٔ فراوانی شیرها وقتی سکه را بارها و بارها پرتاب می‌کنید به شما می‌گوید، این است:

به ازای هر $0 < e < 1$

$n \rightarrow \infty$ وقتی $n \rightarrow \infty$ (n بار پرتاب می‌شود | فراوانی شیرهایی که در بازه $[e - 0.5, e + 0.5]$ قرار می‌گیرند) Pr

این گزاره از گزارهٔ C نتیجه می‌شود، اما تفسیری از اینکه "احتمال" در آن گزاره چه معنایی دارد، نمی‌دهد، زیرا "Pr" دقیقاً همان مفهومی است که تفسیر احتمال قرار است آن را روشن کند.

واکنش من به ربط دادن فراوانی‌گرایی و اعتمادگرایی از طرف اوتسوکا، این است که فضای زیادی در بیزگرایی برای لحاظ کردن اعتمادگرایی یک فرایند مشاهداتی وجود دارد. برای مثال، بیزگرایی منابع خود را برای ارزیابی معنی‌داری شواهدی^{۱۷} اثرات گزینش مشاهداتی دارد. مثال معروف ادینگتون [۳] را در نظر بگیرید. در عجبید که کدام یک از دو فرضیهٔ زیر به درستی وضع ماهی‌ها را در دریاچه توصیف می‌کند:

(H_۱) همهٔ ماهی‌های دریاچه بیش از ۱۰ اینچ طول دارند.

(H_۲) ۵۰٪ ماهی‌های دریاچه بیش از ۱۰ اینچ طول دارند، طول ۲۵٪ بین ۵ و ۱۰ اینچ و ۲۵٪ کمتر از ۵ اینچ است.

برای آزمون کردن این دو فرضیه در مقابل هم، توری به دریاچه می‌اندازید، منتظر می‌مانید تا پر شود. سپس تور را از دریاچه درمی‌آورید، و به مشاهده می‌پردازید.

(O) همهٔ ماهی‌های داخل تور بیش از ۱۰ اینچ طول دارند.

این مطلب برای شما، شواهدی قوی، مبنی بر ترجیح H_۱ بر H_۲ است. با این حال، شما بعداً به تور نگاه می‌کنید و متوجه می‌شوید که:

(N) سوراخ‌های تور به اندازه‌ای بزرگ هستند که ماهی‌های کمتر از ۱۰ اینچ می‌توانند به آسانی از آن فرار کنند.

در این صورت در عقیدهٔ خود تجدید نظر می‌کنید و به این نتیجه می‌رسید که O قادر به ایجاد تمایز بین H_۱ و H_۲ نیست.

¹⁶reliabilism ¹⁷evidential significance

قانون درستنمایی (هکینگ [۷]؛ ادواردز [۴]؛ رویال [۱۵]؛ سوپر، [۱۵]، [۱۷]، [۲۲]) به روشن شدن آنچه در این مثال می‌گذرد کمک می‌کند. این قانون می‌گوید:

قانون درستنمایی) O فرضیه H_1 را بر H_2 ترجیح می‌دهد اگر و تنها اگر $Pr(O|H_1) > Pr(O|H_2)$

تفسیر اولیه‌ی شما از داده‌ها این بود که

$$Pr(O|H_1) > Pr(O|H_2)$$

اما پس از آن متوجه می‌شوید که گزاره N صادق است، و این امر منجر به این می‌شود که نابرابری فوق را کنار بگذارید و به جای آن برابری زیر را قرار دهید:

$$Pr(O|H_1 \& N) = Pr(O|H_2 \& N)$$

برای ملاحظه‌ی بحثی کلی‌تر درباره‌ی اثرات گزینش، [۱۴] را ببینید؛ برای کاربرد آن در استدلال تنظیم دقیق^{۱۸}، [۲۱] را ببینید. اما این مطلب چه ربطی به بیزگرایی دارد؟. فارغ از همه‌ی مسائل، قانون درستنمایی درباره‌ی درستنمایی‌های فرضیه‌هاست، نه احتمال‌های آن‌ها، و بسیاری از دوست‌داران قانون درستنمایی، بیزگرایی را رد می‌کنند. ارتباط با بیزگرایی را می‌توان با بررسی قضیه‌ی بیز طبق صورت‌بندی بر اساس بخت‌ها ملاحظه کرد:

$$\frac{Pr(H_1|O)}{Pr(H_2|O)} = \frac{Pr(O|H_1)}{Pr(O|H_2)} \times \frac{Pr(H_1)}{Pr(H_2)}$$

(بخت‌ها)

این فرمول حاکی از آن است که نسبت احتمال‌های پسینی برابر است با نسبت درستنمایی، ضرب در نسبت احتمال‌های پیشینی. بیزگراها خود را به این اصل متعهد می‌دانند. این فرمول مستلزم آن است که تنها راهی که نسبت احتمال‌های پسینی می‌تواند از نسبت احتمال‌های پیشینی متفاوت باشد، از طریق انحراف داشتن نسبت درستنمایی از ۱ است. در همان حال که نسبت درستنمایی بیشتر و بیشتر از ۱ می‌شود، نسبت احتمال‌های پسینی بزرگ‌تر و بزرگ‌تر از نسبت پیشینی‌ها می‌شود و هر چه نسبت درستنمایی کوچک‌تر و کوچک‌تر از ۱ می‌شود، نسبت احتمال‌های پسینی کوچک‌تر و کوچک‌تر از نسبت پیشینی‌ها می‌شود. به همین دلیل است که نسبت درستنمایی و قانون درستنمایی باید برای بیزگراها مهم باشد؛ کاملاً به‌جاست که آماردانان بیزی آن نسبت درستنمایی را “عامل بیزی” می‌نامند^{۱۹}.

چهار احتمال از فرم (فرضیه‌ها | مشاهدات) Pr

فرضیه‌ها	
S به کوید-۱۹ مبتلا است	S به کوید-۱۹ مبتلا نیست
x	w
z	y
مشاهدات نتیجه‌ی آزمون مثبت است	
نتیجه‌ی آزمون منفی است	

اکنون از کار ارزیابی فرضیه‌ها به کار ارزیابی شیوه‌های آزمون کردن فرضیه‌ها روی می‌آورم. بیزگراها دلایل خوبی برای ارزش قائل شدن به شیوه‌های آزمون قابل اعتماد دارند، زیرا قابلیت اعتماد آن‌ها بر نسبت درستنمایی فرضیه‌های رقیب تأثیر می‌گذارد و این به نوبه‌ی خود بر نسبت احتمال‌های پسینی تأثیر می‌گذارد. برای توضیح مطلب، جدول بالا را در نظر بگیرید که عملکرد یک شیوه‌ی آزمون کووید-۱۹ را بر حسب چهار درستنمایی توصیف می‌کند. فرض کنید فقط دو نتیجه‌ی آزمون در دست باشد، در این صورت w

^{۱۹} فلسفه‌دانان بیزگرا گاهی قانون درستنمایی را رد می‌کنند؛ برای نمونه، [۵] و [۲۳]؛ برای بحثی در این باره، [۱۵]، [۱۷]، [۲۲].

^{۱۸} fine-tuning argument

$x + y = 1$ احتمال‌های خطای این شیوه x و y است. یک شیوهٔ آزمون، دقیقاً زمانی دست‌کم قابل‌اعتماد حداقلی است که $y > w$ و $x > z$. این تعریف از قابلیت‌اعتماد، متضمن نابرابری‌های عمودی در جدول است، اما آن‌ها مستلزم نابرابری‌های افقی هستند - یعنی اینکه $x > w$ و $y > z$. اگر شیوهٔ آزمون دست‌کم قابل‌اعتماد حداقلی باشد، نتیجهٔ مثبت آزمون به نفع این فرضیه است که S مبتلا به کووید-۱۹ است در قیاس با این فرضیه که S کووید-۱۹ ندارد و نتیجهٔ منفی آزمون دارای معنی‌داری شواهدی معکوس است.^{۲۰}

فراوانی‌گرایان چگونه با این واقعیت رفتار می‌کنند که یک شیوهٔ آزمون کووید قابل‌اعتماد است؟ اگر احتمال‌های خطا بسیار کم باشد، فراوانی‌گرایان با خوشحالی قاعدهٔ زیر را اتخاذ خواهند کرد:

باور کنید که S مبتلا به کووید-۱۹ است هرگاه نتیجهٔ آزمون مثبت باشد، و باور کنید که S کووید-۱۹ ندارد هرگاه نتیجهٔ آزمون منفی باشد.

اگر یک پزشک بارها و بارها از این قاعده در کار خود استفاده کند، در موارد کمی به باور غلط می‌رسد. بیزگراها به قاعدهٔ تصمیم فوق ایراد می‌گیرند و خاطر نشان می‌کنند که این پزشک احتمال‌های پیشینی را نادیده گرفته است و بنابراین در دام مغالطهٔ نادیده گرفتن نرخ مبنا^{۲۱} افتاده است. فراوانی‌گرایان به دیدهٔ تحقیر به این انتقاد واکنش نشان می‌دهند.

این اختلاف بین بیزگرایان و فراوانی‌گرایان تمایزی را به یاد می‌آورد که اخلاق‌گرایان بین فایده‌گرایی عمل و قاعده قائل می‌شوند. فایده‌گرایان عمل می‌گویند که هر عمل نشانه‌ای^{۲۲} که انجام می‌دهید، باید بهترین در بین گزینه‌های موجود از نظر به حداکثر رساندن رفاه باشد^{۲۳}. فایده‌گرایان قاعده می‌گویند که انتخاب یک عمل نشانه‌ای از سوی شما باید با مشخص کردن آن قواعد کلی، توسط شما، که رفاه را به حداکثر می‌رساند شروع شود و سپس شما این قواعد را به‌کار می‌برید تا تصمیم بگیرید که کدام یک از عمل‌های نشانه‌ای موجود را باید انجام دهید. بیزگراها به باورهای نشانه‌ای علاقه‌مند هستند - میزان باوری که اکنون باید به H تخصیص دهید، به شواهدی که اکنون در اختیار دارید و احتمال‌های پیشینی که اکنون در دست دارید، بستگی دارد. فراوانی‌گرایان به "مشخصه‌های عملیاتی^{۲۴}" قواعد مختلف (مثلاً، برآورد ماکسیمم درست‌نمایی) علاقه‌مند هستند؛ برای مثال، آن‌ها به دنبال مشخص کردن این موضوع هستند که آیا یک برآوردگر، ناریب است، به لحاظ آماری سازگار و/یا پذیرفتنی است یا خیر.

۳. معیار اطلاع آکائیکه و ابزارگرایی

اوتسوکا [۱۱، ص. ۱۱۸] رابطهٔ معیار اطلاع آکائیکه^{۲۵} (AIC) با دیدگاه ابزارگرایی^{۲۶} علم را به‌خوبی توصیف می‌کند، که در این مورد می‌توان به [۱۸]، [۲۰]، [۱۶]، [۱۷]) مراجعه کرد. ابزارگرایی عبارت از این برنهاد است که هدف اساسی استنتاج علمی، انجام پیشگویی‌های درست است. ممکن است چنین به‌نظر برسد که بهترین راه دستیابی به این هدف استفاده از مدل صحیح^{۲۶} است، اما شگفت این‌که، اغلب چنین نیست. برای مثال، دو مدل زیر را از نحوهٔ به هم مربوط بودن بلندی‌های متوسط (m_1) و (m_2) در دو مزرعهٔ بزرگ بوتهٔ ذرت در نظر بگیرید:

$$(NULL) m_1 - m_2 = 0$$

عددی مانند α موجود است به‌طوری‌که $(DIFF) m_1 - m_2 = \alpha$

^{۲۰} اوتسوکا [۱۱، ص. ۱۰۳] سخنان دوبرا مایو [۱۰] را ضمن تأیید، نقل می‌کند که "بیزگراها این وابستگی (به طراحی آزمایشی) را نادیده می‌گیرند و چنین وانمود می‌کنند که یک فرضیه را می‌توان تنها بر اساس داده‌ها پذیرفت یا رد کرد." من با این نظر مخالفم؛ علاوه بر مثال کووید ۱۹، تذکرات قبلی دربارهٔ اثرات گزینش مشاهده را در نظر بگیرید.
^{۲۱} فایده‌گرایان پیشنهادی متفاوتی برای تفسیر "فایده" در این بافتار هنجاری (normative) دارند.
^{۲۲} باکس [۲] نکتهٔ معروفی دارد که "همهٔ مدل‌ها غلط، اما برخی مفیدند." این عبارت، به‌نظر اغراق‌آمیز است. به خواندن پاراگراف بالا برای ملاحظهٔ نمونه‌ای از یک مدل صحیح ادامه دهید.

²¹base-rate neglect fallacy ²²token action ²⁴operating characteristics ²⁵Akaike Information Criterion

آماردانان α را یک پارامتر تنظیم‌پذیر^{۲۷} می‌نامند. فرض کنید شما نمونه‌ای تصادفی از ۱۰۰ گیاه را از هر مزرعه انتخاب کرده و بلندی آن‌ها را اندازه گرفته‌اید، با این نتیجه که میانگین‌های نمونه‌ای به ترتیب ۶۴ اینچ و ۶۰ اینچ هستند. اینکه NULL در مورد داده‌ها چه چیزی را پیشگویی می‌کند، به اندازه کافی روشن است اما DIFF چه چیزی را پیشگویی می‌کند؟ پاسخ این است که DIFF به خودی خود هیچ پیشگویی‌ای انجام نمی‌دهد. با این حال، می‌توانید DIFF را با استفاده از روش برآورد ماکسیمم درستمایی به داده‌های خود برازش دهید و بنابراین مدل برازش‌یافته زیر را به دست آورید، که در آن به جای پارامتر تنظیم‌پذیر، برآورد ماکسیمم درستمایی قرار داده شده است:

$$\text{اینچ } ۴ = m_1 - m_2 \text{ (DIFF)}$$

حال سؤال این است که چنانچه نمونه تصادفی جدیدی از ۱۰۰ بوته ذرت را از هر مزرعه استخراج کنید، از دو مدل NULL و f(DIFF) کدام یک از لحاظ پیشگویانه درست‌تر خواهد بود.

ممکن است فکر کنید که باید از f(DIFF) استفاده کنید به این دلیل که با داده‌های قدیمی بهتر از مورد NULL برازش می‌یابد، اما مدل‌سازان حوزه علوم دلیل قانع‌کننده‌ای، بر اساس تجربه گذشته، دارند برای اینکه نسبت به آن پیشنهاد احتیاط به خرج دهند. آن‌ها کاملاً به خوبی می‌دانند که برای هر مجموعه داده‌ای که بخواهید، می‌توانید با به اندازه کافی، پیچیده کردن مدل خود، به برازش بی‌نقصی به داده‌ها دست پیدا کنید، اما زمانی که از آن مدل پیچیده برای پیشگویی داده‌های جدید استفاده می‌کنید، اغلب متوجه می‌شوند که پیشگویی‌ها بسیار نادرست هستند. در این صورت، گفته می‌شود که این مدل پیچیده به داده‌ها "بیش‌برازش" می‌یابد. این امر ناشی از تجربیات شخصی، بخشی از آن چیزی است که دانشمندان را برمی‌انگیزاند تا از AIC برای ارزیابی مدل‌های رقیب استفاده کنند. بخش دیگر این واقعیت است که آکائیکه [۱] قضیه‌ای را ثابت کرد بیانگر اینکه یک برآورد نارایب از درستی پیشگویانه مدلی مانند M توسط نمره AIC آن داده می‌شود که در آن

$$AIC(M) = \log[Pr(\text{data}|f(M))] - k$$

در اینجا f(M) نتیجه برازش دادن مدل M به داده‌های قدیمی با استفاده از برآورد ماکسیمم درستمایی و k تعداد پارامترهای تنظیم‌پذیر مدل است. در مثال حاضر، DIFF به دلیل پیچیدگی آن تاوانیده^{۲۸} می‌شود، اما در مورد NULL این‌گونه نیست، به این دلیل که فاقد پارامترهای تنظیم‌پذیر است. DIFF بهتر از NULL به داده‌ها برازش می‌یابد، اما سؤال اینجاست که آیا DIFF به اندازه کافی، بهتر به داده‌ها برازش می‌یابد یا خیر به طوری که بتوان از این واقعیت که از NULL پیچیده‌تر است، چشم‌پوشی کرد. اثبات قضیه آکائیکه بر سه فرض استوار بود:

(۱) داده‌های قدیمی و جدید از یک واقعیت زمینه‌ای یکسان استخراج شده‌اند^{۲۹}.

(۲) چندین برآورد از مقدار یک پارامتر، توزیع زنگدیس تشکیل می‌دهد.

(۳) M، مدل صحیح است.

^{۲۹}فورستر و سوپر [۶] این را نوعی "فرض یکنواختی طبیعت" می‌نامند و بنابراین AIC را با اصل یکنواختی طبیعت هیوم (که آینده به گذشته شباهت خواهد داشت) ربط می‌دهند. یک تفاوت بین ایده هیوم و آنچه در مدل‌های ساخته شده توسط دانشمندان در جریان است، این است که مدل‌های مختلف، فرض یکنواختی طبیعت آن‌ها را به شکل‌های متفاوتی صورت‌بندی می‌کنند. این مفروضات موضعی هستند، درحالی‌که اصل هیوم جهان‌شمول بود. تفاوت دیگر آن است که هیوم استدلال می‌کرد که اصل یکنواختی طبیعت در همه استدلال‌های استقرایی پیش‌فرض گرفته می‌شود و نمی‌توان آن را عقلاً توجیه کرد، درحالی‌که مدل‌ها در علم را می‌توان به صورت تجربی ارزیابی کرد. اوتسوکا نکته متفاوتی را در فصل اول بیان می‌کند، هنگامی که او بین یک "مدل احتمال" واقعی اما ناشناخته و آن "مدل‌های آماری" که دانشمندان می‌خواهند، آزمون کنند، تمایز قائل می‌شود. او اصل یکنواختی هیوم را با یک "مدل احتمال" یکی می‌کند. مدل اخیر حاکی از آن است که داده‌های در دست از این یا آن تابع احتمال تولید شده‌اند. اگر گفته می‌شد که در مدل احتمال اوتسوکا چنین فرض می‌شود که همه مجموعه داده‌ها، حال و آینده، توسط یک تابع احتمال واحد تولید می‌شوند، ارتباط نزدیک‌تری با هیوم شکل می‌گرفت. قصد اوتسوکا آن بود که در صورت‌بندی خود [مراسله شخصی] آینده را به گذشته اضافه کند.

²⁷adjustable parameter ²⁸penalized

اگر، به جای به دست آوردن برآوردی کمی از اینکه هریک از مدل‌ها از لحاظ پیشگویی چقدر درست خواهند بود، فقط به رتبه‌بندی مدل‌های رقیب از نظر درستی‌های پیشگویانهٔ آن‌ها علاقه‌مند باشید، فرض (۳) را می‌توان تضعیف کرد. فرض ضعیف‌شده این است که یکی از مدل‌های موجود در مجموعهٔ مدل‌هایی که مد نظر شماست، به صحت نزدیک است. نارایب بودن یک برآوردگر به چه معناست؟ به بیان کلی، ترازوی آشپزخانهٔ شما یک برآوردگر نارایب از وزن سیب است هرگاه برآوردهایی که با وزن کردن مکرر سیب به دست می‌آید، عموماً روی وزن واقعی سیب تمرکز پیدا کنند. به بیان دقیق‌تر،

$$S \text{ برآوردگر نارایب } \theta \text{ است اگر و تنها اگر } EXP[S(\theta)|\theta = x] = x$$

در اینجا EXP همان مقدار مورد انتظار است. توجه داشته باشید که دو ترازو ممکن است هر دو نارایب، ولی از نظر واریانس متفاوت باشند. غیرمنطقی نیست که ترازوی با واریانس کمتر را مرجح بدانیم، که این مطلب نشان می‌دهد که نارایی برای استفاده از یک ترازو و نه دیگری کافی نیست. نارایی در حکم گفتن این نیز نیست که داده‌های موجود از یک تابع احتمال مشخص و نه دیگری، تولید شده‌اند. نارایی حتی ضروری هم نیست، زیرا غیرمنطقی نیست که ترازویی را ترجیح دهیم که کمی اریب است اما واریانس بسیار کمی دارد و نه آن ترازویی که کاملاً نارایب است اما واریانس بسیار زیادی دارد. این بدان معناست که قضیهٔ آکائیکه برای توجیه استفاده از AIC به جای برآوردگری دیگر کافی نیست. با این حال از این مطلب چنین برمی‌آید که AIC موجه نیست؛ بلکه نکته این است که مسائلی با نیاز به بررسی وجود دارند که با قضیهٔ آکائیکه رفع و رجوع نمی‌شوند. فصلی از کتاب اوتسوکا که به گزینش مدل می‌پردازد، یادگیری ماشین را نیز توضیح می‌دهد. در اینجا اوتسوکا [۱۱]، ص. ۱۲۴ یک معما را توصیف می‌کند: یادگیری ماشین اغلب متضمن مدل‌هایی است که تعداد زیادی پارامتر تنظیم‌پذیر دارند، اما این مدل‌های ابرپیچیده اغلب از نظر پیشگویی درست هستند. از پیچیدگی آن‌ها چنین برمی‌آید که آن‌ها داده‌ها را بیش‌برازش می‌کنند و بنابراین باید در پیشگویی داده‌های جدید بد عمل کنند، اما این‌گونه نیست. در حال حاضر این یک سؤال پاسخ‌نیافته‌ای است که چنین پیشگویی‌های درست چگونه امکان دارد.

۴. استنتاج علی، همبستگی دروغین، و اصل مارکوفی علی

اوتسوکا [۱۱]، ص. ۱۴۶ از ایدهٔ غربالگری برای تعریف مفهوم همبستگی دروغین استفاده می‌کند. برای مثال، او فکر می‌کند که یک همبستگی دروغین بین اعداد ثبت شده روی فشارسنج و بارش وجود دارد، زیرا آن‌ها اثرات توأم یک علت مشترک، یعنی فشار فشارسنجی، هستند و این علت مشترک، قرائت‌های فشارسنجی را از بارش جدا می‌کند، به این معنا که

$$Pr(\text{فشار فشارسنجی} | \text{بارش}) = Pr(\text{فشار فشارسنجی و عدد ثبت شده فشارسنجی} | \text{بارش})$$

این استفاده از اصطلاح "همبستگی دروغین" نسبتاً متداول است، اما به گمان من عمیقاً گمراه‌کننده است. این مطلب درست است که اعداد ثبت شده روی فشارسنج موجب بارش نمی‌شود، اما این بدان معنا نیست که آن‌ها ناهمبسته هستند. آن‌ها همبسته‌اند. دلیل سودمند بودن فشارسنج‌ها نیز همین است. اصطلاح "دروغین" به معنای نادرست است، اما یک همبستگی واقعی بین قرائت فشارسنج و بارش وجود دارد.^{۳۰}

نه تنها جداسازی X از Z توسط Y با همبسته بودن X و Z سازگاری دارد، جداسازی با این مطلب که X علت Z است نیز سازگار است. ژنوتیپ یک فرزند در یک مکانه^{۳۱}، ریشه در دو ژنوتیپ والدینش دارد و این دو ژنوتیپ ریشه در چهار ژنوتیپ اجداد آن فرزند دارند. در اینجا، ژنوتیپ‌های والدین، ژنوتیپ‌های اجدادی را از ژنوتیپ‌های فرزند جدا می‌کنند، در این معنا که

$$Pr(\text{ژنوتیپ‌های والدین} | \text{ژنوتیپ فرزند}) = Pr(\text{ژنوتیپ‌های والدین و ژنوتیپ‌های اجداد} | \text{ژنوتیپ فرزند})$$

^{۳۰} اوتسوکا (مکاتبه خصوصی) به این طریق با دست کشیدن از تعریف همبستگی دروغین بر اساس جداسازی موافقت دارد.

^{۳۱} Locus

با این حال، اشتباه خواهد بود که از این برابری نتیجه‌گیری کنیم که ژنوتیپ‌های اجداد به‌طور علی بر ژنوتیپ‌های فرزندان تأثیر نمی‌گذارند.

با توجه به تأییدی که اوتسوکا [۱۱]، ص. ۱۴۹] از نظریه علیت دیوید لوئیس [۹] به‌عمل می‌آورد، این مثال از ژنتیک نیاز به یک تذکر دارد. این نظریه حاکی از این است که:

پیشامد c علت پیشامد e است اگر و تنها اگر: (۱) اگر c رخ دهد آنگاه e رخ می‌دهد و (۲) اگر c رخ نداده بود، e رخ نمی‌داد. نظریه لوئیس ایجاب می‌کند که علیت مستلزم تعیین‌گرایی^{۳۲} است، اما به گمان من این نتیجه‌گیری، اشتباه است. شاید این مطلب غیرشهودی به‌نظر برسد، پس آن‌را در بیان دیگری می‌آورم: X می‌تواند به‌طور علی بر Y تأثیر بگذارد بدون اینکه X جزئی از یک شرط علی کافی برای رخ دادن Y باشد (زیرا چنین شرط کافی‌ای وجود ندارد). ژنوتیپ‌های اجداد به‌طور علی بر ژنوتیپ‌های فرزندان تأثیر می‌گذارند. دستکاری اولی احتمال‌های دومی را تغییر می‌دهد.

موضوعات مربوط به مفهوم "همبستگی" در ارتباط با تأیید اوتسوکا [۱۱]، ص. ۱۶۱] از شرط مارکوفی علی، مبنی بر اینکه استقلال علی دو متغیر ایجاب می‌کند که آن‌ها به‌طور احتمالاتی مستقل هستند، نیز مطرح می‌شود. عکس نقیض این ادعا - که وابستگی احتمالاتی (= همبستگی) مستلزم وابستگی علی است - راهی برای صورت‌بندی اصل رایشنباخ [۱۲] درباره علیت مشترک است. این اصل می‌گوید اگر A و B همبستگی مثبت داشته باشند، آنگاه A علت B است یا B علت A است، یا A و B اثرات یک علت مشترک C هستند، که در آن A ، C ، B را از B جداسازی می‌کند. اگر هیچ‌یک از این روابط علی برقرار نباشند، A و B واقعاً همبسته نیستند.

چیزی که نشان می‌دهد که قرائت‌های فشارسنج واقعاً (نه به‌صورت دروغین) با بارش و اجداد واقعاً (نه به‌طور دروغین) با فرزندان همبستگی دارند، این است که پیوندهایی که ما در هر یک از این دو جفت پیشامد مشاهده می‌کنیم، ناشی از خطای نمونه‌گیری نیست. باز نمونه‌گیری^{۳۳} داده‌هایی را تولید می‌کند که به‌شدت این پیوند را به‌صورت استوار تکرار می‌کند. شما می‌توانید نظری به ژنوتیپ‌های مختلف کنید و متوجه پیوندی بین اجداد نوادگان بشوید و می‌توانید به روزها و مکان‌های مختلف نگاه کنید و ببینید که پیوندی بین بارش و اینکه فشارسنج "کم" را نشان می‌دهد، وجود دارد. من در اینجا از اصطلاح "پیوند" برای توصیف فراوانی‌های نمونه‌ای واقعی و از "همبستگی" برای توصیف احتمال‌های زمینه‌ای استفاده می‌کنم.

یول [۲۴] با در نظر گرفتن داده‌های سری زمانی، راه را برای مثال‌های نقض برای شرایط مارکوفی علی نشان می‌دهد. سوپر ([۱۹]، [۱۶]، [۱۷]، [۲۲]) مثال زیر را ارائه می‌دهد. فرض کنید که شما سطح دریا را در ونیز و قیمت‌های نان را در بریتانیا در ۱۰۰۰ روز به‌تصادف انتخاب‌شده در ۲۰۰ سال گذشته مشاهده کرده‌اید. شما در این مجموعه داده می‌بینید که سطح دریاها در ونیز افزایش یافته است و قیمت نان در بریتانیا "رو به" افزایش دارد. من می‌گویم "رو به" به این دلیل که مشاهدات یک افزایش یکنوای اکید را نشان نمی‌دهند؛ بلکه، یک روند بالاروی، با بالاروی‌های به‌مراتب بیشتر از پایین‌روی‌ها در قیمت نان و در سطح دریا، وجود دارد. در اینجا همبستگی واقعی وجود دارد، زیرا نمونه‌گیری مجدد از آن ۲۰۰ سال منجر به همان الگو در مشاهدات می‌شود.

فرض کنید که سطوح دریا در ونیز و قیمت‌های بریتانیا به لحاظ علی نامرتب باشند، از این نظر که هر یک از آن‌ها توسط فرایندهای موضعی خود هدایت می‌شوند. یک رابطه جداسازی وجود دارد که قابل اعمال بر دو فرایند است:

به ازای هر i ،

$$Pr(i = s \text{ در زمان } i \text{ و قیمت نان در زمان } i = b \mid \text{ سطح دریا در زمان } i + 1 > s) = \\ Pr(\text{ سطح دریا در زمان } i = s \mid \text{ سطح دریا در زمان } i + 1 > s)$$

³²determinism ³³Resampling

به ازای هر j ،
(قیمت نان در زمان $j = b$ و سطح دریا در زمان $j = s$ | قیمت نان در زمان $j + 1 > b$) Pr =
(سطح دریا در زمان $j = b$ | قیمت نان در زمان $j + 1 > b$) Pr
این برابری‌ها با همبستگی زیر سازگار هستند:

به ازای هر k ،
> (قیمت نان در زمان k و سطح دریا در زمان k هر دو بالاتر از زمان متوسطند) Pr
(سطح دریا در زمان k بالاتر از سطح متوسط است) Pr | قیمت نان در زمان k بالاتر از سطح متوسط است) Pr

مانند مثال‌های استاندارد رایشناخی^{۳۴} که چنین می‌نمایانند که اصل مارکوفی علی درست است- دو آبفشان در نزدیک هم که زمان فوران‌هایشان همبسته است و دو بازیگر در یک گروه نمایش دوره‌گرد که روزهای بیماریشان همبسته است- همبستگی ناشرطی با استقلال شرطی همزیستی دارد.

سپاسگزاری

من از جون اوتسوکا و داور ناشناس این مجله برای کمک سپاسگزارم.

مراجع

- [1] H. Akaike, Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *Second International Symposium on Information Theory (Tsahkadsor, 1971)*, Akad. Kiadó, Budapest, (1973) 267–281.
- [2] G. E. P. Box, Robustness in the strategy of scientific model building, In R. Launer & G. N. Wilkinson (Eds.), *Academic Press, Robustness in statistics*, (1979) 201–236.
- [3] A. S. Eddington, *The philosophy of physical science*, Cambridge, at the University Press, 1939.
- [4] A. Edwards, *Likelihood*, Cambridge University Press, 1972.
- [5] B. Fitelson, Favoring, likelihoodism, and bayesianism, *Philosophy and Phenomenological Research*, **83** no. 3 (2011) 666–672.
- [6] M. Forster and E. Sober, How to tell when simpler, more unified, or Less Ad Hoc theories will provide more accurate predictions, *British Journal for the Philosophy of Science*, **45** (1994) 1–36.
- [7] I. Hacking, *The logic of statistical inference*, Cambridge University Press, (1965).
- [8] R. Jeffrey, *The logic of decision*, McGraw Hill, 1965.
- [9] D. Lewis, Causation, *Journal of Philosophy*, **70** no. 17 (1973) 556–567.
- [10] D. Mayo, *Error and the growth of experimental knowledge*, University of Chicago Press, 1996.
- [11] J. Otsuka, *Thinking about statistics – the philosophical foundations*, Cambridge University Press, 2023.
- [12] H. Reichenbach, *The direction of Time*, University of California Press, 1956.

³⁴Reichenbachian

- [13] H. Robbins, An empirical bayes approach to statistics, *In Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, Contributions to the Theory of Statistics, Springer Series in Statistics, **1** (1956) 157–163.
- [14] W. Roche and E. Sober, Observation selection effects and discrimination conduciveness, *Philosophical Imprint*, **19** no. 40 (2019) 1–26.
- [15] R. Royall, *Statistical Evidence – a Likelihood paradigm*, Chapman and Hall, 1997.
- [16] E. Sober, *Evidence and Evolution – the Logic Behind the Science*, Cambridge University Press, 2008. Japanese translation (by Masahiro Matsuo) of Chap. 1 (under the title Science and Evidence – An Introduction to the Philosophy of Statistics), University of Nagoya Press, 2012.
- [17] E. Sober, *Ockham's Razors – A User's Manual*, Cambridge University Press, 2015 (p. 2021), Japanese translation: Keiso Shobo Publishing, (2015).
- [18] E. Sober, Instrumentalism Revisited, *Critica*, **31** (1999) 3–38.
- [19] E. Sober, Venetian Sea Levels, British Bread prices, and the Principle of the Common cause, *British Journal for the Philosophy of Science*, **52** (2001) 331–346.
- [20] E. Sober, Instrumentalism, Parsimony, and the Akaike Framework, *PSA 2000 - Proceedings of the Philosophy of Science Association*, **69** (2002) S112–S123.
- [21] E. Sober, *The design argument*, Cambridge University Press, 2018.
- [22] E. Sober, *The Philosophy of Evolutionary Theory – Concepts, Inferences, and Probabilities*, Cambridge University Press, 2024.
- [23] M. Titelbaum, *Fundamentals of bayesian epistemology*, Oxford University Press, (2022).
- [24] G. U. Yule, Why do we sometimes get nonsense-correlations between Time Series? A study in Sampling and the nature of Time Series, *Journal of the Royal Statistical Society*, **89** no. 1 (1926) 1–63.

محمدقاسم وحیدی اصل

دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

m-vahidi@sbu.ac.ir

استاد بازنشسته گروه آمار دانشگاه شهید بهشتی تهران.

