



Production and Operations Management
University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950
Vol. 13, Issue 4, No. 31, Winter 2023



<https://doi.org/10.22108/pom.2023.133954.1448>

(Research paper)

Inertia measurement of exponentially weighted moving average control chart based on autocorrelated attribute data

Poune Ghasemian Asl

Department of Industrial Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, poune.ghasemian91@gmail.com

Rassoul Noorossana *

Department of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran, rassoul@iust.ac.ir

Purpose: This paper aims to study the effect of inertia on the performance of the EWMA control chart for attribute characteristics and to investigate the effects of inertia properties on control charts with attribute characteristics.

Design/methodology/approach: By calculating the inertia criterion, the effectiveness of the control chart can be measured in identifying changes and how one can reduce the inertial properties of the control charts. MATLAB software has been used to conduct simulation studies. The effect of inertia on the performance of an exponentially weighted moving average control chart and modified exponentially weighted moving average control chart for observations caused by correlated processes based on Poisson distribution has been investigated.

Findings: After calculating and analyzing the results, it was determined that the modified exponential moving average control chart performs better than the exponential moving average control chart based on the Poisson distribution in the worst-case signal resistance. Also, by decreasing the parameter λ , the inertia value of the control charts increased.

Research limitations/implications: Other control charts that follow different distributions can be used, or the effect of inertia on the performance of control charts in multivariable processes can be considered as a subject for further study.

* Corresponding author



Practical implications: After analyzing the positive properties of inertia, it is possible to increase productivity in production processes. This research proposed new indicators to evaluate the performance of control charts in terms of inertial properties.

Social implications: In the field of manufacturing industries, it is possible to increase productivity by examining the appropriate characteristics of inertia. On the other hand, regarding the use of control charts for monitoring chemical and petrochemical processes and evaluating the inertia index, it is possible to reduce the variability of the process in long term, which will have an impact on environmental issues.

Originality/value: Measuring the inertia of the exponentially weighted moving average control chart when the observations are independent and follow the Poisson distribution, in addition to measuring the inertia of the exponentially weighted moving average control chart in the presence of correlated observations distinguishes this research from previous studies.

Keywords: Exponentially weighted moving average, Inertial properties, Statistical process control, Correlation, Poisson distribution



مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۳، شماره ۴، پیاپی ۳۱، زمستان ۱۴۰۱

دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۲۶ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۰/۲۷ ص ۱۳۳-۱۴۵



<https://doi.org/10.22108/pom.2023.133954.1448>

(مقاله پژوهشی)

اندازه‌گیری اینرسی نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی مبتنی بر داده‌های وصفی هم‌بسته

پونه قاسمیان اصل^۱، رسول نورالسنای^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران،
poune.ghasemian91@gmail.com

۲- استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران، rassoul@iust.ac.ir

چکیده: نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی، به دلیل ترکیب اطلاعات نمونه در طول زمان، توانایی مناسبی در تشخیص تغییرات کوچک در فرآیند یا میانگین محصول دارند. با این حال، در برخی از انواع تغییرات خاص پارامترهای فرآیند، نمودارهای کنترل تمایل دارند در محدوده کنترل باقی بمانند که این خاصیت «اینرسی» نامیده می‌شود و برای اندازه‌گیری آن از شاخصی با عنوان شاخص پایداری در مقابل هشدار استفاده می‌شود؛ بنابراین شاخص اینرسی به عنوان اندازه مقاومت یا پایداری یک نمودار برای کشف عدم انطباق یا نشان دادن یک تغییر خاص در فرآیند، تعریف شده است. وجود خصوصیت‌های مناسب اینرسی برای نمودارها، به این معناست که نمودارها در مقابل تغییرات ناگهانی بتوانند از خود عملکرد مثبت نشان دهند، بررسی و تحلیل این خاصیت می‌تواند اثر مثبتی در افزایش بهره‌وری و عملکرد مناسب واحدهای تولیدی داشته باشد. در این مقاله تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی، مبتنی بر توزیع پواسون و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح شده برای مشاهدات ناشی از فرآیندهای هم‌بسته، بر پایه توزیع پواسون بررسی و نتایج در دو حالت فوق مقایسه شده‌اند. به منظور ارزیابی نمودارهای فوق، از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح شده مبتنی بر توزیع پواسون، نسبتاً عملکرد بهتری نسبت به نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بر پایه توزیع پواسون در بدترین حالت پایداری در مقابل هشدار را دارد.

واژه‌های کلیدی: نمودار میانگین متحرک موزون‌نمایی، اینرسی، کنترل فرآیند آماری، همبستگی، توزیع پواسون



۱- مقدمه

زمانی که از یک نمودار کنترل، که از اطلاعات ترکیبی در طول زمان استفاده می‌کند، مانند نمودار کنترل جمع تجمعی^۱ (CUSUM) یا نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی^۲ (EWMA) استفاده می‌شود، این امکان وجود دارد که آماره نمودار کنترل بلافاصله قبل از تغییر در پارامتر فرآیند، در موقعیت نامطلوب قرار گیرد؛ به‌طور مثال، چنانچه آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی به حد کنترل پایین نزدیک باشد و یک تغییر رو به بالا در میانگین فرآیند رخ دهد، نزدیک‌بودن به حد کنترل پایین باعث می‌شود که زمان لازم برای رسیدن به حد کنترل بالا، هشدار اعلام خارج از کنترل، بیشتر از زمانی باشد که آماره نمودار کنترل به خط مرکز نزدیک و یا نزدیک به حد کنترل بالا باشد که این مسئله باعث کاهش کارایی نمودارها در شناسایی تغییرات در فرآیند است. تعریف معیارهایی برای اندازه‌گیری اینرسی نمودارهای کنترل، می‌تواند به‌عنوان روشی استاندارد برای مقایسه نمودارها از این دیدگاه در نظر گرفته شود. این معیارها را می‌توان در کنار پارامترهای طول دنباله قرار داد. با این کار علاوه بر مطالعه نمودارها در مواجهه با یک تغییر پایدار، آنها را در مواجهه با تغییرات گذرا نیز می‌توان بررسی و جنبه‌های دیگر از رفتار نمودارها را آشکار کرد.

یاشچین^۳ (۱۹۸۷ و ۱۹۹۳) در نظر گرفتن «سناریوی بدترین حالت»^۴ را در انتخاب نمودارهای کنترل توصیه کرد. لوری و همکاران^۵ (۱۹۹۲)، وودال و آدامز^۶ (۱۹۹۸) بر اهمیت تأخیر بالقوه در هشدار، به‌عنوان پیامد «مسئله اینرسی»^۷ تأکید کردند. تنها معیار رسمی تعریف‌شده برای بررسی اینرسی، مطالعه آقای وودال و محمود^۸ (۲۰۰۵) است که برای اندازه‌گیری اینرسی، مفهوم «پایداری در مقابل هشدار»^۹ را ارائه کردند و با استفاده از این مفهوم، تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و کنترل جمع تجمعی تک متغیره و چند متغیره را بررسی و مقایسه کردند. طبق مطالعات انجام شده، اندازه‌گیری و تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و جمع تجمعی زمانی بررسی شده است که مشخصه‌های کیفی مطالعه‌شده از نوع پیوسته بوده‌اند. با بررسی تحقیقات قبلی، مشخص شد تاکنون تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و کنترل جمع تجمعی برای مشخصه‌های کیفی وصفی بررسی نشده است و در این حوزه، شکاف تحقیقاتی وجود دارد؛ بنابراین در این مقاله تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی برای مشخصه کیفی وصفی، که از توزیع پواسون تبعیت می‌کند، در حالت همبستگی و نبود همبستگی بین داده‌ها بررسی می‌شود.

ساختار مقاله به این صورت است که در بخش ۲، پیشینه پژوهش نقد و بررسی خواهد شد، در بخش ۳، به نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی برای توزیع پواسون و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح‌شده با همبستگی بالا اشاره و این نمودارها شرح داده می‌شود؛ سپس نحوه اندازه‌گیری اینرسی و تأثیر آن بر عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح‌شده برای مشخصه کیفی وصفی پواسون بررسی می‌شود. در بخش ۴، رویکرد شبیه‌سازی برای ارزیابی عملکرد نمودارهای توسعه داده شده بیان می‌شود و در بخش ۵ به بحث، تحلیل و مقایسه عملکرد نمودارهای بیان‌شده با تحقیقات مشابه پرداخته خواهد شد و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

۲- مبانی نظری پژوهش

نمودارهای کنترل به‌عنوان یکی از ابزارهای قدرتمند کنترل فرآیند آماری برای کنترل مشخصات یک محصول و پایش فرآیندهای تولید، به‌منظور افزایش کیفیت فرآیند تولید و محصول، به کار برده می‌شوند. نمودارهای کنترل را برای نخستین بار والتر شوهارت^{۱۰} (۱۹۳۰) به‌عنوان ابزاری برای کاهش انحرافات فرآیند معرفی کرد. نمودارهای کنترل شوهارت، به این دلیل که از اطلاعات آخرین نمونه استفاده می‌کنند، در شناسایی تغییرات کوچک در فرآیند، حساسیت پایین‌تری دارند، در مقابل نمودارهای کنترل همچون نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و نمودار کنترل جمع تجمعی نسبت به شناسایی تغییرات کوچک بسیار حساس هستند؛ زیرا علاوه بر اطلاعات آخرین نمونه، از اطلاعات نمونه‌های گذشته هم استفاده می‌کنند. رابرتز^{۱۱} (۱۹۵۹)، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی را برای اولین بار ارائه کرد. فرض اساسی در تمامی نمودارهای کنترل، نرمال بودن داده‌هاست؛ در صورتی که در رسم نمودار میانگین متحرک موزون‌نمایی، هیچ‌گونه حساسیتی برای نرمال بودن داده‌ها وجود ندارد.

مشخصه‌های کیفی و صفی، کاربردهای بسیاری در کنترل فرآیند آماری دارند. هنگامی که اندازه‌گیری کیفیت، X ، تعداد عدم انطباق در یک واحد از یک فرآیند تولید باشد، از توزیع پواسون بیشتر به‌عنوان یک مدل استفاده می‌شود. گان^{۱۲} (۱۹۹۰) نسخه اصلاح‌شده‌ای از نمودار میانگین متحرک موزون‌نمایی را برای پایش میانگین مبتنی بر توزیع پواسون با استفاده از روشی معرفی کرد که در آن مقادیر صحیحی برای آماره نمودار به دست می‌آید؛ او همچنین، سه نمودار اصلاح‌شده میانگین متحرک موزون‌نمایی را نیز برای پایش تعداد نقص‌ها یا عدم انطباق‌ها معرفی کرد. بارور^{۱۳} و همکاران (۱۹۹۸) توسعه‌ای از نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی را برای داده‌های پواسون انجام دادند، آنها با استفاده از زنجیره مارکوف، شاخص متوسط طول دنباله^{۱۴} (ARL) نمودار را محاسبه کردند و نشان دادند شاخص متوسط طول دنباله نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بر پایه توزیع پواسون، معمولاً کوچک‌تر از شاخص متوسط طول دنباله مربوط به نمودار C شوهارت و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح‌شده توسط گان (۱۹۹۰) است. در این پژوهش از مباحث ارائه‌شده در مرجع مربوط به بارور و همکاران (۱۹۹۸) استفاده شده است. چن^{۱۵} (۲۰۱۲) نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی را براساس توزیع پواسون هندسی ارائه کرد و نتایج به دست آمده حاکی از آن بود که با انتخاب مناسب ARL و واریانس شاخص طول اجرا^{۱۶}، هر تغییر کوچکی در میانگین فرآیند، از طریق نمودار کنترل پواسون هندسی EWMA قابل تشخیص است.

در کنترل فرآیند آماری، «اینرسی» می‌تواند به میزان مقاومت نمودار در برابر ایجاد هشدار در یک تغییر فرآیند خاص اشاره کند. بزرگ‌ترین انحراف استاندارد شده میانگین نمونه از هدف یا مقدار تحت کنترل که فوراً به یک هشدار خارج از کنترل منجر نشود، به‌عنوان «پایداری در مقابل هشدار» یک نمودار کنترل یا «اینرسی» تعریف می‌شود. به‌عبارتی در نمودارهایی همچون نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و نمودار کنترل جمع تجمعی که در آنها علاوه بر اطلاعات نمونه آخر، از اطلاعات نمونه‌های قبلی برای کنترل و پایش فرآیند استفاده می‌شود، ممکن است تغییری در فرآیند اتفاق افتاده باشد، ولی هنوز شناسایی نشده باشد که این وضعیت موجب فاصله‌گرفتن آماره از مقدار هدف می‌شود. در این حالت اگر تغییری در جهت مخالف رخ دهد، نمودار نمی‌تواند این تغییر را با سرعت معمول کشف کند که این خاصیت اثر اینرسی یا پایداری در مقابل هشدار تعریف می‌شود. شاخص پایداری در مقابل هشدار، بیانگر حداکثر تغییر در فرآیند است که به‌صورت فوری وضعیت خارج از کنترل، منجر نمی‌شود.

در واقع مسئله اینرسی باعث کاهش قدرت نمودارها در تشخیص تغییرات در فرآیند می‌شود. شایان ذکر است که مسئله اینرسی همیشه وجود ندارد و مقدار آن به مقدار آماره نمودار کنترل مربوطه بستگی دارد. اگر نمودار کنترل در زمان وقوع تغییر در نزدیکی حد مناسب قرار داشته باشد، مقدار اینرسی کم خواهد بود.

از طرفی معمولاً ابزار پایش فرآیندها براساس پارامترهای توزیع طول دنباله مقایسه می‌شوند؛ فرض چنین پارامترهایی، وجود یک تغییر بلندمدت و پایدار در فرآیند است. استفاده از چنین ابزاری برای پایش فرآیندهایی که در آنها تغییرات موقت با دلیل رخ می‌دهد، نامناسب خواهد بود و باعث گمراهی می‌شود. چنانچه نموداری با آنکه توانایی بسیار بالایی در کشف تغییرات کوچک و متوسط در زمان بلند دارد، از کشف یک تغییر بزرگ، که به صورت موقتی مثلاً نیم ساعت در فرآیند رخ می‌دهد، ناتوان باشد، قابلیت فرآیند به‌طور جدی کاهش می‌یابد و پراکندگی فرآیند در بلندمدت زیاد می‌شود. وجود خصوصیت مناسب شاخص اینرسی برای نمودارها به این معنا است که نمودارها در مقابل تغییرات ناگهانی از خود عکس‌العمل مثبت نشان دهند. خو و ته^{۱۷} (۲۰۰۹) تأثیر اینرسی را بر عملکرد نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و جمع تجمعی بررسی و مفهوم اینرسی را در نمودارهای بیان‌شده معرفی کردند. یاشچین (۱۹۸۷ و ۱۹۹۳) تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و جمع تجمعی در دو سناریوی بهترین و بدترین حالت را بررسی و مقایسه کرد و نشان داد که عملکرد هر دو نمودار از اینرسی تأثیر می‌پذیرد؛ اما افزایش مقدار ARL خارج از کنترل و کاهش توان تشخیص تغییرات در نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بیشتر از نمودار کنترل جمع تجمعی است. مراجعی نظیر لوکاس و ساکوسی^{۱۸} (۱۹۹۰)، لوری و همکاران (۱۹۹۲)، وودال و آدامز (۱۹۹۸) و ریان^{۱۹} (۲۰۱۱) مطالعاتی درباره تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل انجام دادند. وودال و محمود (۲۰۰۵) مفهوم پایداری در مقابل هشدار را برای نشان دادن تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و کنترل جمع تجمعی تک‌متغیره و چندمتغیره ارائه کردند. آنها پایداری در مقابل هشدار از سناریوی بدترین تا بهترین حالت را برای انواع بسیاری از نمودارهای تک‌متغیره و چندمتغیره محاسبه کردند و دریافتند که نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی تک‌متغیره و چندمتغیره با مقدار کوچک پارامتر هموارسازی، عملکرد ضعیفی از نظر اندازه‌گیری پایداری در مقابل هشدار دارد. آنها نشان دادند حداکثر مقدار پایداری در مقابل هشدار نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی تک‌متغیره و چندمتغیره، با کاهش مقدار ثابت پارامتر هموارسازی افزایش می‌یابد. همچنین طبق نتایج و تحلیل‌های صورت گرفته، استفاده از حدود شوهارت به‌همراه نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی تک‌متغیره و چندمتغیره، به‌ویژه با مقدار کوچک پارامتر هموارسازی، برای حذف بیشتر آثار نامطلوب اینرسی پیشنهاد دادند. یک بررسی دقیق از عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی دوگانه^{۲۰} برای پایش میانگین براساس ARL «حالت صفر» و «بدترین حالت» توسط محمود و وودال^{۲۱} (۲۰۱۰) انجام گرفت و عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی دوگانه با نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی مقایسه شد. آنها نشان دادند که نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی استاندارد، عملکرد بهتری نسبت به نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی دوگانه از لحاظ «بدترین حالت» ARL دارد، به‌خصوص زمانی که پارامتر هموارسازی (λ) بسیار کوچک باشد و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی دوگانه، اینرسی زیادی را در هنگام پایش میانگین فرآیند ایجاد می‌کند و می‌تواند تأثیر کمتری در واکنش سریع به برخی تغییرات در میانگین فرآیند داشته باشد.

نورالسنا و واقفی^{۲۲} (۲۰۰۷) تأثیر تغییرات کشف‌نشده را بر خصوصیات اینرسی در نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بررسی کردند. آنها شاخص جدیدی را با عنوان «احتمال پایداری در مقابل هشدار»^{۲۳} معرفی کردند. این شاخص بیانگر احتمال قرارگرفتن آماره نمودار کنترل بین حدود کنترل زمانی است که تغییری به اندازه δ_0 در k نمونه متوالی در فرآیند مربوطه اتفاق می‌افتد. آنها اینرسی نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی را در حالت‌های مختلف (با تغییر مقادیر k ، δ_0 و ضریب هموارسازی) با استفاده از این شاخص محاسبه کردند. نتایج آنها حاکی از آن بود که کاهش مقادیر k ، δ_0 و ضریب هموارسازی به افزایش مقدار PSR منجر می‌شود و همچنین زمانی که مقدار احتمال پایداری در مقابل هشدار زیاد باشد، اینرسی می‌تواند یک مشکل جدی تلقی شود. مددی و نوجوان^{۲۴} (۱۳۹۲) تأثیر اینرسی را بر عملکرد نمودارهای ناپارامتری علامت از نوع جمع تجمعی و میانگین متحرک موزون‌نمایی بررسی کردند و طبق نتایج به دست آمده از مطالعات نشان دادند که تأثیر منفی اینرسی بر عملکرد نمودار علامت از نوع جمع تجمعی، کمتر از نمودار علامت از نوع میانگین متحرک موزون‌نمایی است. صادقی اقدام و همکاران^{۲۵} (۱۳۹۳) نمودار کنترل EWMA - 3 را برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز II از نظر خواص اینرسی و معیار متوسط طول دنباله در بدترین حالت مطالعه کردند و با بررسی اثر پارامتر هموارسازی بر نمودار کنترل نشان دادند که با افزایش پارامتر هموارسازی، مقدار اینرسی کاهش می‌یابد. ریان و وودال^{۲۶} (۲۰۱۰) نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی جدید (EWMA-M) را با در نظرگیری بحث اینرسی برای داده‌های شمارشی، با توزیع پواسون معرفی کردند.

دو فرض اساسی در طراحی نمودارهای کنترل سنتی وجود دارد. فرض اول نرمال‌بودن داده‌های فرآیند و فرض دوم استقلال مشاهدات است. نظر به اینکه در عمل، یکی یا هر دو این فرض‌ها اغلب نقض می‌شوند، این امر به جایگزینی‌های اشتباه در حدود کنترل و در نتیجه کاهش کارایی آن منجر خواهد شد. این نمودارها نمی‌توانند مستقیماً در صنایع شیمیایی و دارویی استفاده شوند؛ زیرا مشاهدات حاصل از فرآیندهای این صنایع اغلب به صورت خودهمبسته‌اند و یا گاهی اوقات، برخی از فرآیندها به‌طور ذاتی داده‌هایی تولید می‌کنند که به‌طور خودکار بین آنها همبستگی وجود دارد. این همبستگی خودکار تأثیر زیادی بر عملکرد نمودارهای کنترل دارد که تحت فرض استقلال ایجاد شده‌اند. چنانچه همبستگی در داده‌ها وجود داشته باشد، این همبستگی اثر بیشتری بر نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی استاندارد نسبت به نمودار شوهارت استاندارد می‌گذارد و به ازای $\emptyset < 0$ این نمودار بسیار کم‌اثرتر عمل می‌کند و به ازای $\emptyset > 0$ نمودار زنگ خطرهای اشتباه بیشتری تولید می‌کند. پاتل و دیوچا^{۲۷} (۲۰۱۱) نمودار میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح‌شده^{۲۸} (Modified EWMA) را برای پایش تغییرات کوچک و ناگهانی برای مشاهدات مستقل و مشاهداتی ارائه کردند که از همبستگی بالایی برخوردارند و تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودار ارائه‌شده را ارزیابی کردند. همچنین آنها نشان دادند که کمک این روش، می‌توان مشاهدات دوره بعدی را پیش‌بینی کرد و در نتیجه می‌توان نشان داد در چه مواقعی اجرای فعالیت‌های پیشگیرانه قبل از آنکه فرآیند به حالت خارج از کنترل انتقال یابد، لازم است. در همین راستا هردیانی^{۲۹} و همکاران (۲۰۱۸) روش پاتل و دیوچا (۲۰۱۱) را برای نمودار میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح‌شده توسعه دادند. آنها مقادیر گسترده‌تری را از \emptyset ($-1 \leq \emptyset \leq 1$) در محاسبات لحاظ کردند، در حالی که در روش پاتل و دیوچا (۲۰۱۱) محاسبات تنها برای حالت $\emptyset = 1$ در نظر گرفته شده بود.

۳- روش شناسی پژوهش

۳-۱- نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بر پایه مشخصه کیفی وصفی پواسون (PEWMA^{۳۰})

یک فرآیند تولیدی با تکرار را در نظر بگیرید که مشخصه‌های X_1, X_2, \dots از فرآیند مذکور گرفته شده است. فرض می‌کنیم که مشاهدات X_1, X_2, \dots مستقل از هم هستند و همگی از توزیع یکسانی پیروی می‌کنند. X متغیر تصادفی پواسون با میانگین μ است. زمانی که فرآیند تحت کنترل باشد $\mu = \mu_0$ می‌توان برای پایش فرآیند از نمودار کنترل مبتنی بر آماره میانگین متحرک موزون‌نمایی طبق مراجع رابرتز (۱۹۵۹) و بارور و همکاران (۱۹۹۸)، مطابق با رابطه (۱) استفاده کرد:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \mu_0 \\ Z_t &= \lambda X_t + (1 - \lambda)Z_{t-1} \end{aligned} \quad (1)$$

λ ($0 < \lambda \leq 1$) پارامتر هموارسازی نامیده می‌شود و وزن داده‌های گذشته را تعیین می‌کند. برای شناسایی تغییرات کوچک در میانگین فرآیند، انتخاب مقدار کوچک از λ پیشنهاد می‌شود. میانگین و واریانس آماره نمودار کنترل برابر است با:

$$\begin{aligned} E(Z_t) &= \mu_0 \\ \text{Var}(Z_t) &= \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \mu_0 \end{aligned} \quad (2)$$

برای مقادیر بزرگ t ، واریانس به صورت زیر خواهد بود:

$$\text{Var}(Z_t) \approx \frac{\lambda \mu_0}{2 - \lambda} \approx \text{Var}(Z_\infty) \quad (3)$$

نمودار PEWMA هشدار خارج از کنترل خواهد داد، زمانی که $Z_t < LCL$ یا $Z_t > UCL$ باشد و طبق رابطه (۳)، حدود کنترل آماره فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_0 - A_l \sqrt{\text{Var}(Z_\infty)} = \mu_0 - A_l \sqrt{\frac{\lambda \mu_0}{2 - \lambda}} \\ UCL &= \mu_0 + A_u \sqrt{\text{Var}(Z_\infty)} = \mu_0 + A_u \sqrt{\frac{\lambda \mu_0}{2 - \lambda}} \end{aligned} \quad (4)$$

فرض شده است $A_l = A_u = A$ ؛ بنابراین حدود کنترل نمودار متقارن خواهد بود. اگر متغیرهای تصادفی از نوع پواسون باشند، آنگاه آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی ارائه شده در رابطه (۱) غیرمنفی خواهد بود و در صورتی که مقدار حدود کنترل پایین، کمتر از صفر باشد، باید $LCL = 0$ قرار دهیم. حدود کنترل پایین برای نمودار PEWMA معمولاً مثبت است؛ بنابراین تغییرات رو به پایین در میانگین فرآیند قابل شناسایی است. بارور و همکاران (۱۹۹۸) کارایی نمودار کنترل PEWMA را با توجه به شاخص متوسط طول دنباله، با استفاده از زنجیره مارکوف محاسبه کردند و نشان دادند که ARL نمودار PEWMA معمولاً کوچک‌تر از ARL نمودار C-شوهارت و نمودار اصلاح شده میانگین متحرک موزون‌نمایی توسط گان (۱۹۹۰) است.

۳-۳- نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی اصلاح‌شده (Modified EWMA)

در استفاده از نمودارهای کنترل، دو فرض اساسی وجود دارد. اولاً فرض می‌شود که تابع توزیع احتمال مشاهدات ناشی از یک مشخصه کیفی نرمال است. ثانیاً فرض می‌شود که داده‌های فرآیند به‌طور مستقل توزیع شده‌اند؛ اما در عمل یک یا هر دو این فرض‌ها نقض می‌شوند. در عمل با موارد بسیاری مواجهیم که در آنها داده‌ها ناشی از فرآیند همبسته‌اند و با نقض فرض استقلال، عملکرد نمودارهای کنترل دچار اختلال می‌شود؛ به‌طوری که نقاط رسم‌شده بر این نمودارها دیگر قابل تعبیر و تفسیر نخواهند بود و نتایج نامطلوبی ارائه می‌دهند و همچنین بسته به نوع همبستگی، زنگ خطرهای اشتباهی تولید می‌کنند. برای کنترل داده‌های همبسته، کارایی نمودارهای کنترل استاندارد برای مشاهدات مستقل بسیار پایین است. به همین دلیل، شناسایی و توسعه نمودارهای کنترلی که در کنترل این گونه داده‌ها کاربرد داشته باشند، اهمیت ویژه‌ای دارد. از جمله ویژگی‌های مطلوب یک نمودار کنترل این است که اجرای آن آسان باشد و برای شناسایی تغییرات با اندازه‌های مختلف مطابق مشخصات فنی مؤثر باشد. پاتل و دیوچا (۲۰۱۱) نمودار Modified EWMA را معرفی کردند. نمودار Modified EWMA مشاهدات گذشته را مشابه نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی در نظر می‌گیرد و علاوه بر آن تغییرات گذشته و نیز آخرین تغییرات را در فرآیند در نظر می‌گیرد. آماره نمودار کنترل Modified EWMA به‌صورت ذیل است:

$$Z_t = (1 - \lambda)Z_{t-1} + \lambda X_t + (X_t - X_{t-1}) \quad (5)$$

Z_t میانگین داده‌های گذشته، X_t مشاهده در زمان t برای $t = 0, 1, \dots$ ، X_{t-1} مشاهدات قبلی و $0 < \lambda \leq 1$ ضریب هموارسازی است. میانگین و واریانس آماره نمودار کنترل Z_t به ترتیب برابر μ و $[\frac{\lambda}{(2-\lambda)} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{(2-\lambda)}]\sigma^2$ است. همبستگی مشاهدات در مطالعات پاتل و دیوچا (۲۰۱۱) از نوع $AR(1)$ ^{۳۱} در نظر گرفته شده است که در آن مقدار $\phi = 1$ را برای عبارت $\bar{x}_t = \phi x_{t-1} + \varepsilon_t$ لحاظ کردند. حدود کنترل بالا و پایین نمودار Modified EWMA برابر است با:

$$\mu_0 \pm L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{(2-\lambda)}} \quad (6)$$

μ_0 میانگین هدف و σ^2 واریانس فرآیند، λ و L ثابت‌های طرح Modified EWMA هستند که نشان‌دهنده وزن‌نمایی و پهنای حدود تحت کنترل‌اند. این نمودار به نمودار شوهارت تبدیل می‌شود، زمانی که فرآیند از همبستگی بالایی، $\lambda = 1$ و $L = 3$ برخوردار باشد. نمودار Modified EWMA قادر به شناسایی سریع تغییرات کوچک در فرآیند، به خوبی شناسایی تغییرات ناگهانی در یک فرآیند همبسته است و تا زمانی که مقادیر بین حدود کنترل ترسیم شوند، فرآیند تحت کنترل خواهد بود. نقطه خارج از حدود کنترل به‌عنوان شواهدی مبنی بر خارج از کنترل بودن فرآیند تفسیر می‌شود و باید اقدامات لازم برای یافتن، حذف انحرافات با دلیل و علل به وجود آمدن آن، انجام گیرد.

۳-۴- اینرسی نمودار کنترل PEWMA

ما در این بخش، پایداری در مقابل هشدار یا اینرسی نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی را زمانی محاسبه می‌کنیم که داده‌ها مستقل‌اند و از توزیع پواسون پیروی می‌کنند. در نمودارهای کنترل تک‌متغیره، بزرگ‌ترین انحراف استاندارد شده میانگین نمونه از هدف یا مقدار تحت کنترل که فوراً به یک هشدار خارج از کنترل منجر نمی‌شود، به‌عنوان «پایداری در مقابل هشدار» یک نمودار کنترل یا «اینرسی» تعریف می‌شود. این اندازه‌گیری بیشتر برای زمانی مناسب است که علاقه‌مند به شناسایی انحرافات با دلیلی باشیم که بر توزیع میانگین نمونه تأثیر می‌گذارد؛ اگرچه درباره عملکرد نمودار در تشخیص تغییرات پایدار در میانگین، نشانه‌هایی را ارائه می‌دهد. عملکرد طول اجرا زمانی مناسب نیست که یک انحراف با دلیل، تنها بر یک نمونه تکی تأثیر می‌گذارد. گفتنی است که تعیین مقدار اینرسی به هیچ فرض توزیعی نیاز ندارد (وودال و محمود، ۲۰۰۵).

وودال و محمود (۲۰۰۵) شاخص SR را برای نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی، زمانی که مشاهدات از توزیع نرمال پیروی می‌کنند، به‌صورت ذیل محاسبه کردند:

$$SR(EWMA) = [h - (1 - \lambda)w] / \lambda \quad (7)$$

طبق تعاریف ذکر شده می‌توان دریافت که بدترین حالت زمانی اتفاق می‌افتد که یک تغییر رو به بالا در میانگین فرآیند رخ دهد و مقدار آماره نمودار کنترل در نزدیکی حد کنترل پایین باشد؛ به عبارتی w در کم‌ترین مقدار خود یعنی h باشد که در این صورت ماکزیمم مقدار SR برابر $[(2 - \lambda)h] / \lambda$ خواهد بود. اگر فرض شود که خط مرکز نمودار کنترل برابر صفر است، آنگاه در تعریف SR فقط میزان شیفت تأثیرگذار خواهد بود. برای محاسبه شاخص SR برای نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بر پایه توزیع پواسون، خواهیم داشت:

$$SR(PEWMA) = Int \left\{ \frac{h - (1 - \lambda)w}{\lambda \sigma_x} \right\} \quad (8)$$

w مقدار آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی بر پایه توزیع پواسون در زمان $t - 1$ و h حد کنترل بالای نمودار است. این نمودار کنترل در عبارات میانگین و واریانس دارای پارامتر مشترک است؛ بنابراین در تعریف SR برای این نمودار کنترل، به نظر می‌رسد مقدار هدف نیز باید لحاظ شود. مقدار میانگین را برابر x_0 در نظر می‌گیریم و مطابق آن SR محاسبه می‌شود.

۳-۵- اینرسی نمودار کنترل Modified PEWMA

با توجه به بررسی‌های وودال و محمود (۲۰۰۵)، مشخص شد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی به‌دلیل «خطا» در آماره نمودار، اینرسی بالایی دارد. آماره نمودار کنترل Modified EWMA، تصحیح‌شده آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی است، همچنین نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی، بهترین پیش‌بینی‌کننده در طبقه پیش‌بینی‌کننده‌های خطی است (یاشچین، ۱۹۹۳)؛ از این رو، نمودار کنترل Modified EWMA بهترین پیش‌بینی‌کننده میانگین فرآیند است، خطای میانگین مربعات آن برای فرآیند خودهمبسته با همبستگی تقریباً نزدیک به یک ($\rho \approx 1$) برابر صفر است. این وضعیت میانگین فرآیند را با دقت

پیش‌بینی می‌کند و در نهایت باعث می‌شود نمودار Modified EWMA عاری از مسئله اینرسی باشد. پاتل و دیوچا (۲۰۱۱) پایداری در مقابل هشدار برای نمودار Modified EWMA را به شرح ذیل محاسبه کردند:

$$SR(\text{Modified EWMA}) = [h_1 - (1 - \lambda)w] / \lambda \quad (9)$$

مقدار آماره Modified EWMA است که $-h_1 \leq w \leq h_1$ و $h_1 = L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{(2-\lambda)^2}}$ حدود تصمیم است.

با توجه به ویژگی‌های توزیع پواسون و اینرسی محاسبه‌شده برای نمودار کنترل Modified EWMA که همبستگی بین مشاهدات از نوع AR(1) بود؛ بنابراین چنانچه فرض کنیم مشاهدات X_t از توزیع پواسون پیروی می‌کنند، معادله (۹) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

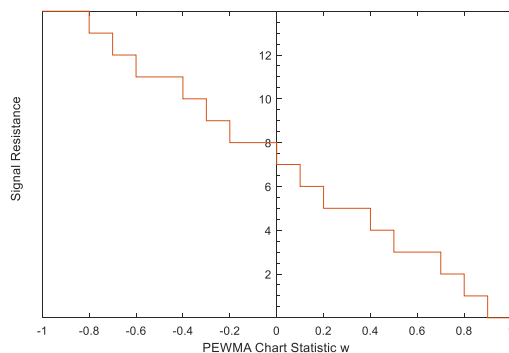
$$SR(\text{Modified PEWMA}) = \text{Int} \left\{ \frac{[h_2 - (1 - \lambda)w]}{\lambda\sigma_x} \right\} \quad (10)$$

که $-h_2 \leq w \leq h_2$ و $h_2 = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{(2-\lambda)^2}}$ حدود تصمیم است.

۴- مطالعات شبیه‌سازی و یافته‌ها

در این بخش، عملکرد نمودار کنترل PEWMA و Modified PEWMA با استفاده از اندازه‌گیری پایداری در مقابل هشدار، ارزیابی می‌شود. برای شبیه‌سازی مدل‌های توسعه داده شده، از نرم‌افزار متلب استفاده شده است. همچنین برای تعیین مقادیر پارامترهای مسئله، با توجه به مطالعه انجام‌شده توسط وودال و محمود (۲۰۰۵) درباره مفهوم اینرسی در نمودار کنترل EWMA، مقادیر λ از کار ایشان استنتاج شده است. نکته درخور توجه این است که در مطالعات وودال و محمود (۲۰۰۵)، تعداد ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی انجام شده است تا مقادیر پارامترها تخمین زده شود؛ از این رو در این پژوهش از پارامترهای مقاله ایشان به منظور ارزیابی عملکرد نمودارهای بیان‌شده، استفاده شده است.

شکل ۱ پایداری در مقابل هشدار نمودار کنترل $(PEWMA(\lambda=0.15, A_U = 12))$ را نشان می‌دهد. پایداری در مقابل هشدار نمودار PEWMA در بدترین حالت برابر ۱۴ برای $w=-1$ است؛ به این معنا که میانگین نمونه می‌تواند بیش از ۱۴ خطای استاندارد از مقدار هدف باشد، بدون آنکه لزوماً به یک هشدار فوری خارج از کنترل منجر شود. همچنین پایداری در مقابل هشدار در بهترین حالت برای نمودار PEWMA برابر ۰ است.

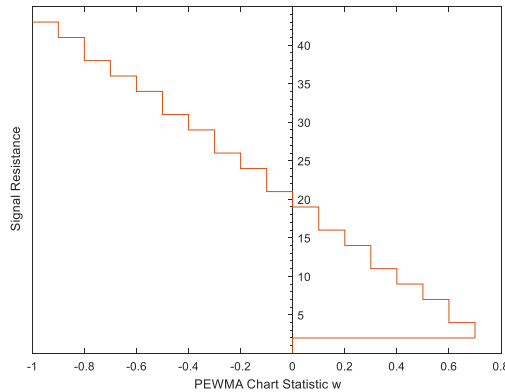


شکل ۱- پایداری در مقابل هشدار نمودار PEWMA با $\lambda=0.15$ و $A_U = 1.2$

Fig.1- The Signal Resistance for the PEWMA control chart with $\lambda=0.15$ and $A_U = 1.2$

وودال و محمود (۲۰۰۵) اظهار داشتند که حداکثر پایداری در مقابل هشدار همه مقادیر ممکن آماره نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی برابر $\frac{(2-\lambda)}{\lambda} h$ است که این ماکزیمم مقدار پایداری در مقابل هشدار نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی با کاهش مقدار پارامتر هموارسازی (λ) افزایش می‌یابد. بارور و همکاران (۱۹۹۹) مقدار $\lambda=0.05$ را برای دستیابی به عملکرد پایدار نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی برای حالت غیرنرمال توصیه کردند؛ بنابراین این مورد برای آماره نمودار PEWMA بررسی شد.

در نهایت پایداری در مقابل هشدار برای نمودار PEWMA طبق توصیه بارور و همکاران (۱۹۹۹) با $\lambda=0.05$ در شکل ۲ نشان داده شده است.

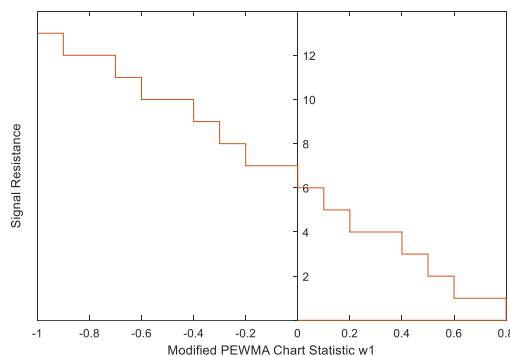


شکل ۲- پایداری در مقابل هشدار نمودار PEWMA با $\lambda=0.05$ و $A_u = 1.2$

Fig. 2- The Signal Resistance for the PEWMA control chart with $\lambda=0.05$ and $A_u = 1.2$

همان‌طور که از شکل فوق پیداست، در بدترین حالت، میانگین نمونه می‌تواند بیش از ۴۳ خطای استاندارد از مقدار هدف باشد، بدون آنکه لزوماً به یک هشدار فوری خارج از کنترل منجر شود و در بهترین حالت مقدار اینرسی برابر ۲ مربوط به $w=0.7$ است.

شکل ۳ پایداری در مقابل هشدار در برابر مقدار آماره نمودار Modified PEWMA را نشان می‌دهد. پایداری در مقابل هشدار در بدترین حالت برابر ۱۳ برای مقدار آماره -۱ و در بهترین حالت برابر ۰ برای مقدار آماره ۰/۸ است.



شکل ۳- پایداری در مقابل هشدار نمودار Modified PEWMA با $\lambda=0.15$ و $l = 1.2$

Fig. 3- The Signal Resistance for the Modified PEWMA control chart with $\lambda=0.15$ and $l = 1.2$

۵- بحث

پژوهش حاضر با هدف اندازه‌گیری تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی زمانی که مشاهدات از توزیع پواسون پیروی می‌کنند، به منظور شناسایی سریع تغییرات ایجادشده در میانگین فرآیند و کاهش تعداد محصولات معیوب در فرآیندهای تولیدی انجام شد. ضرورت پرداختن به این مسئله در تأثیرگذاری فاحش مسئله اینرسی بر کاهش عملکرد نمودارهای کنترل در پایش فرآیند بود.

برای بررسی اثر اینرسی بر عملکرد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی و حالت اصلاح‌شده آن، زمانی که مشخصه‌های کیفی از نوع وصفی‌اند، یک برنامه شبیه‌سازی در نرم‌افزار متلب نوشته شده و با استفاده از آن مقادیر ARL نمودارها در حالت تحت کنترل ARL_0 و خارج از کنترل ARL_1 محاسبه شد که ARL_0 تقریباً ۳۷۰ بوده است. هر محدوده نمودار کنترل به طور مستقل از ۵۰۰۰۰ شبیه‌سازی در فاز II برآورد شده است.

بررسی‌های وودال و محمود (۲۰۰۵) نشان داد که ماکزیمم مقدار پایداری در مقابل هشدار نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی با کاهش مقدار پارامتر هموارسازی λ افزایش می‌یابد. مقدار کوچک (λ) به این معناست که مشاهده فعلی وزن کوچکی، λ ، را دریافت می‌کند و مشاهده‌ای که بسیار دورتر از مقدار هدف باشد، ممکن است به یک سیگنال فوری خارج از کنترل منجر نشود. همان‌طور که وودال و محمود (۲۰۰۵) بیان کردند، برخی از نویسندگان در پژوهش‌های خود نظیر بارور و همکاران (۱۹۹۹) و استومبوس و رینولدز^{۳۳} (۲۰۰۰) مقادیر بسیار کوچک پارامتر هموارسازی λ ، را برای دستیابی به عملکرد پایدار نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی برای حالت غیرنرمال توصیه کردند. بارور و همکاران (۱۹۹۹) مقدار $\lambda=0.05$ را برای دستیابی به عملکرد پایدار نمودار کنترل میانگین متحرک موزون‌نمایی برای حالت غیرنرمال توصیه کردند. موننگومری^{۳۴} (۲۰۲۰) مقادیر λ بین ۰/۰۵ و ۰/۲ را توصیه کرد و بیان کرد از بین مقادیر انتخاب‌شده برای λ مقادیر ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۲ انتخاب‌های متداولی‌اند. پایداری در مقابل هشدار برای نمودار PEWMA با مقدار پارامتر هموارسازی کوچک ($\lambda=0.05$) بررسی و به نتایج مشابهی با نتایج تحقیقات وودال و محمود (۲۰۰۵) منجر شد.

با توجه به مطالعات انجام‌شده، چندین مزیت را می‌توان با استفاده از پایداری در مقابل هشدار، به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری عملکرد نمودارهای کنترل ارائه داد. زمانی که یک تغییر فوری در میانگین فرآیند ایجاد می‌شود، می‌توان از این معیار برای مقایسه نمودارهای کنترل استفاده کرد. همچنین پایداری در مقابل هشدار، یک اندازه‌گیری آسان برای اینرسی است که به هیچ فرض توزیعی نیاز ندارد. علاوه بر اندازه‌گیری‌های طول اجرا، پایداری در مقابل هشدار می‌تواند نقش بسیاری در طراحی بهینه طرح‌های نمودار کنترل ایفا کند.

همچنین با مقایسه شکل‌های ۱ و ۳ می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط یکسان و با در نظر گرفتن پارامترهای برابر، نمودار Modified EWMA نسبتاً عملکرد بهتری در مقایسه با نمودار PEWMA در بدترین حالت پایداری در مقابل هشدار دارد و در مورد بهترین حالت، هر دو عملکرد یکسانی دارند.

۶- نتیجه‌گیری

در سالیان اخیر توجه به تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل در کنترل فرآیندهای غیرنرمال افزایش یافته است. طبق توصیه وودال و محمود (۲۰۰۵) باید ویژگی اینرسی نمودارها به‌عنوان یک عامل مهم در انتخاب نمودار کنترل برای تکمیل استفاده از خواص طول اجرا در نظر گرفته شود. در این مقاله برای محاسبه اینرسی از شاخص

پایداری در مقابل هشدار، که بزرگ‌ترین انحراف استاندارد شده میانگین نمونه از مقدار هدف است و فوراً به هشدار خارج از کنترل منجر نمی‌شود، استفاده شده است. در این مقاله تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل PEWMA و Modified PEWMA مبتنی بر توزیع پواسون بررسی و مقایسه شد. نتایج نشان داد که نمودار Modified PEWMA در بدترین حالت، عملکرد بهتری نسبت به نمودار PEWMA دارد و طبق نتایج پاتل و دیوچا (۲۰۱۱) که بیان داشتند نمودار Modified EWMA در حالت توزیع نرمال عاری از مسئله اینرسی است، می‌تواند تأییدی بر عملکرد مطلوب این نمودار باشد. نتایج نشان داد با کاهش پارامتر λ مقدار اینرسی نمودارهای کنترل افزایش یافته است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش مقادیر این پارامتر، می‌توان عملکرد نمودارها را در مواجهه با تأثیر اینرسی بهبود داد.

به منظور مطالعات آتی می‌توان از نمودارهای کنترل دیگری که از توزیع‌های متفاوتی پیروی می‌کنند، استفاده کرد و یا تأثیر اینرسی بر عملکرد نمودارهای کنترل در فرآیندهای چندمتغیره را بررسی نمود.

References

- Borror, C. M., Champ, C. W., & Rigdon, S. E. (1998). Poisson EWMA control charts. *Journal of Quality Technology*, 30(4), 352-361. Doi: 10.1080/00224065.1998.11979871
- Borror, C. M., Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (1999). Robustness of the EWMA control chart to non-normality. *Journal of quality technology*, 31(3), 309-316. Doi: 10.1080/00224065.1999.11979929
- Chen, C. W. (2012). Using geometric Poisson exponentially weighted moving average control schemes in a compound Poisson production environment. *Computers & Industrial Engineering*, 63(2), 374-381. Doi: 10.1016/j.cie.2012.04.009
- Gan, F. F. (1990). Monitoring Poisson observations using modified exponentially weighted moving average control charts. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 19(1), 103-124. Doi: 10.1080/03610919008812847
- Herdiani, E. T., Fandrilla, G., & Sunusi, N. (2018, March). Modified exponential weighted moving average (EWMA) control chart on autocorrelation data. *In Journal of Physics: Conference Series*, 979(1), 012097.. Doi: 10.1088/1742-6596/979/1/012097
- Khoo, M. B., & Teh, S. Y. (2009). A study on the effects of trends due to inertia on EWMA and CUSUM charts. *Journal of Quality Measurement and Analysis*, 5(2), 73-80.
- Lowry, C. A., Woodall, W. H., Champ, C. W., & Rigdon, S. E. (1992). A multivariate exponentially weighted moving average control chart. *Technometrics*, 34(1), 46-53.
- Lucas, J. M., & Saccucci, M. S. (1990). Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements. *Technometrics*, 32(1), 1-12.
- Madadi, M., & Nojavan, M. (2016). Investigation of the effect of inertia on the performance of non-parametric signs of cumulative sum and rhythmic moving average. *Journal of Quality Engineering and Management*, 6(1), 45-56. (In Persian).
- Mahmoud, M. A., & Woodall, W. H. (2010). An evaluation of the double exponentially weighted moving average control chart. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 39(5), 933-949. Doi: 10.1080/03610911003663907
- Montgomery, D. C. (8 Eds.). (2020). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons.
- Noorossana, R., & Vaghefi, A. (2007). The Effect of Undetected Shifts on the Inertial Properties of EWMA Control Charts. In *Proceedings of the 37th International Conference on Computers and Industrial Engineering, Egypt*. 1682-1689.
- Patel, A. K., & Divecha, J. (2011). Modified exponentially weighted moving average (EWMA) control chart for an analytical process data. *Journal of Chemical Engineering and Materials Science*, 2(1), 12-20. Doi: 10.5897/JCEMS.9000014

- Roberts, S. W. (1959). Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics*, 42(1), 97-101.
- Ryan, A. G., & Woodall, W. H. (2010). Control charts for Poisson count data with varying sample sizes. *Journal of Quality Technology*, 42(3), 260-275. Doi: 10.1080/00224065.2010.11917823
- Ryan, T. P. (2011). *Statistical methods for quality improvement*. John Wiley & Sons.
- Sadeghi aghdam, E., Nayeri, M., & Amiri, A. H. (2015). Methods for reducing inertia and worst-case average run length in EWMA-3 control chart. *Proceedings of the 11th International Industrial Engineering Conference*. Tehran, Iran, 7-8 January 2015. (In Persian).
- Shewhart, W. A. (1930). Economic quality control of manufactured product 1. *Bell System Technical Journal*, 9(2), 364-389.
- Stoumbos, Z. G. B., & Reynolds Jr, M. R. (2000). Robustness to non-normality and autocorrelation of individuals control charts. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 66(2), 145-187. Doi: 10.1080/00949650008812019
- Woodall, W. H., & Adams, B. M. (2Eds.). (1998). *Statistical process control*. Handbook of statistical methods for engineers and scientists. H. M. Wadsworth, New York: McGraw-Hill Companies.
- Woodall, W. H., & Mahmoud, M. A. (2005). The inertial properties of quality control charts. *Technometrics*, 47(4), 425-436. Doi: 10.1198/004017005000000256
- Yashchin, E. (1987). Some aspects of the theory of statistical control schemes. *IBM Journal of Research and Development*, 31(2), 199-205. Doi: 10.1147/rd.312.0199
- Yashchin, E. (1993). Statistical control schemes: Methods, applications and generalizations. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 61(1), 41-66. Doi: 10.2307/1403593

¹ Cumulative Sum Control Chart (CUSUM)

² Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

³ Yashchin

⁴ Worst case scenario

⁵ Lowry et. al

⁶ Woodall & Adams

⁷ Ineria problem

⁸ Woodall & Mahmoud

⁹ Signal Resistance (SR)

¹⁰ Shewhart

¹¹ Roberts

¹² Gan

¹³ Borrer et. al

¹⁴ Average Run Length (ARL)

¹⁵ Chen

¹⁶ Run Length (RL)

¹⁷ Khoo & Teh

¹⁸ Lucas & Saccucci

¹⁹ Ryan

²⁰ Double Exponentially Weighted Moving Average (DEWMA)

²¹ Mahmoud & Woodall

²² Noorossana & Vaghefi

²³ Probability of Signal Resistance (PSR)

²⁴ Madadi & Nojavan

²⁵ Sadeghi aghdam et. al

²⁶ Ryan & Woodall

²⁷ Patel & Divecha

²⁸ Modified Exponentially Weighted Moving Average (Modified -EWMA)

²⁹ Herdiani er. al

³⁰ Poisson EWMA

³¹ Auto- Regressive (1) (AR(1))

³² Mean Squared Error (MSE)

³³ Stoumbos & Reynolds

³⁴ Montgomery