

Application Extreme Value Theory and long-Memory to Stock Market in Iran (In Framework Model-GARCH)

Hassan Karnameh Haghghi^{1*}, Ali Rostami²

1- Assistant Professor, Faculty of Management, Sheikhbahae University, Isfahan, Iran
karnameh@shbu.ac.ir

2- M.Sc. in Financial Mathematics, Faculty of Mathematics, Sheikhbahae University, Isfahan, Iran
a.rostami@shbu.ac.ir

Abstract

During last decades, financial markets have witnessed large losses due to their exposure to unexpected market crash. Resulting in these financial disasters, financial institutions, regulators and academics have developed intensive research to provide better measurement techniques and hedging tools. Value-at-Risk (VaR) is the most popular risk measure in the financial industry. In this paper Application Extreme Value Theory and long-memory to Stock Market in Iran (In Framework Model-GARCH) was Checked. We use same long-range memory GARCH-type models (FIAGARCH, HYGARCH and FIAPARCH) and EVT to forecast the financial market risk. Findings Indicated that The FIAPARCH-EVT approach performs better in predicting the one day ahead VaRs for different series studied.

Keywords: Extreme Value Theory; Long Range-Memory; Value-at-Risk; GARCH

به کارگیری نظریه ارزش فرین و حافظه بلندمدت در بازار سهام ایران (در چهارچوب الگوهای GARCH)

حسن کارنامه حقیقی^۱، علی رستمی^{۲*}

۱- استادیار، گروه مدیریت، دانشکده مدیریت، دانشگاه شیخبهای اصفهان، اصفهان، ایران
karnameh@shbu.ac.ir

۲- کارشناس ارشد، گروه ریاضی، دانشکده ریاضی، دانشگاه شیخبهای اصفهان، اصفهان، ایران
a.rostami@shbu.ac.ir

چکیده

در طول دهه‌های گذشته، بازارهای مالی به دلیل قرار گرفتن در معرض سقوط‌های غیرمنتظره خسارات زیادی می‌دید. به دنبال این بحران‌ها، مؤسسات مالی، قانون‌گذاران و دانشگاهیان برای ارائه روش‌های بهتر اندازه‌گیری و ابزارهای پوشش ریسک، پژوهش‌های فشرده‌ای انجام دادند. ارزش در معرض خطر (VaR) مشهورترین روش اندازه‌گیری ریسک در حوزه مالی است. در پژوهش حاضر سودمندی نظریه ارزش فرین (EVT) برای پیش‌بینی ارزش در معرض خطر بازار سهام ایران و کاربرد آن در حافظه بلندمدت بازار در چهارچوب الگوی GARCH بررسی شده است. به این منظور از حافظه بلندمدت انواع الگوی گارچ (FIAPARCH، FIAGARCH HYGARCH) و نظریه ارزش فرین برای پیش‌بینی ارزش در معرض خطر شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. یافته‌های پژوهش نشان می‌دهد در سطوح اطمینان مختلف، الگوی FIAPARCH-EVT اعتبار مناسب و مطمئنی برای سنجش ریسک یک روز جلوتر بازار دارد و برای سری‌های مختلف مطالعه‌شده، بهتر عمل می‌کند.

واژه‌های کلیدی: نظریه ارزش فرین، حافظه بلندمدت، ارزش در معرض خطر، واریانس ناهمسانی شرطی خودرگرسیون تعمیم‌یافته

مقدمه

یکی از عوامل مهم و تأثیرگذار بر شرکت‌های سرمایه‌گذاری، محاسبه و مدیریت ریسک است. از بین انواع ریسکی که اینگونه شرکت‌ها با آنها روبه‌رو هستند، ریسک بازار جایگاه مهمی دارد. یکی از روش‌های متداول و کاربردی که بسیاری از مؤسسه‌های مالی و سرمایه‌گذاران در دنیا برای اندازه‌گیری ریسک بازار از آن استفاده می‌کنند، روش ارزش در معرض خطر^۱ (Var) است. ارزش در معرض خطر حداکثر زیانی را که ممکن است برای یک شرکت سرمایه‌گذاری در دوره معینی رخ دهد، با سطح اطمینان مشخص تعیین می‌کند و با توجه به ویژگی‌هایش و اقبال نهادهای مالی و بین‌المللی دنیا برای ارزیابی ریسک، به ابزاری پرکاربرد تبدیل شده است. این روش ابزاری ساده و در عین حال قدرتمند برای کمیت‌بخشیدن به عدم اطمینان در شرایط عادی بازار است.

در ایران پژوهش‌های مختلفی با موضوع بررسی حافظه بلندمدت بازار سهام انجام شده است؛ برای مثال محقق‌نیا و کاشی (۲۰۱۳)، وجود حافظه بلندمدت در بورس اوراق بهادار تهران را با الگوهای GPH ، GSP ، $ARFIMA$ و $FIGARCH$ بررسی کرده‌اند. یافته‌های پژوهش آنها نشان می‌دهد الگوهای مبتنی بر فرض نرمال گاوسی، ممکن است برای الگوسازی خصوصیت حافظه بلندمدت مناسب نباشند. در نهایت به نظر می‌رسد بازار سرمایه تهران نمی‌تواند به منزله بازار کارا از لحاظ سرعت انتقال داده‌ها بررسی شود؛ از این رو، امکان کسب سودهای غیرعادی با ثبات از طریق پیش‌بینی قیمت سهام وجود دارد. محمدی و چیت‌سازان (۲۰۱۱) نیز حافظه بازار سهام را تخمین زده‌اند و تفسیر کرده‌اند. تخمین پارامتر تفاضل کسری با روش‌های مختلفی

از جمله روش حداکثر درست‌نمایی، حداقل مربعات غیرخطی NLS ، نمای هرست^۲، گوئیک و پورتر-هوداک^۳ GPH نمای هرست تعدیل‌شده^۴ یا لو^۵، وایتل^۶ و موجک^۷ انجام شده است. نتایج تخمین وایتل، هرست، لو و موجک نشان می‌دهد بازده شاخص‌های کل، بازده و قیمت، بازده نقدی و صنعت و مالی حافظه بلندمدت دارد. تخمین‌های به‌دست‌آمده با روش GPH بیان‌کننده آن است که بازده همه شاخص‌ها به‌جز شاخص بازده نقدی، حافظه بلندمدت دارد. با توجه به معنی‌دار نبودن نتایج تخمین‌های ML و NLS در بیشتر بازه‌های بررسی‌شده، تخمین‌های حاصل از این دو فن اعتبار کافی ندارند. در نتیجه از تحلیل کنار گذاشته شدند. نتایج حاصل از بررسی روند تغییرات حافظه نیز نشان می‌دهد پارامتر حافظه بورس اوراق بهادار تهران روند تغییر محسوسی نداشته است؛ به عبارت دیگر، طی دوره بررسی‌شده، کاهش یا افزایش معنی‌داری در کارایی بازار رخ نداده است؛ اما در پژوهش حاضر نشان داده می‌شود انواع الگوی گارچ ($FIAGARCH$ ، $FIAPARCH$ ، $HYGARCH$) حافظه بلندمدت دارند و از نظریه ارزش فرین^۸ برای پیش‌بینی ارزش در معرض خطر شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. در این پژوهش از کاربرد نظریه ارزش فرین و حافظه بلندمدت در بازار سهام در چهارچوب $GARCH$ و $FIGARCH$ ، $H Y G A$ و $FIAPARCH$ برای پیش‌بینی ارزش در معرض خطر شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. برای اعتبارسنجی الگوهای استفاده‌شده در برآورد ارزش در

2. Hurst Exponent
3. Geweke & Porter-Hudak
4. Modified Hurst
5. Lo
6. Whittle
7. Wavelet
8. Extreme Value Theory

1. Value at Risk

باشد. افت‌های شدید بازار و کوتاهی مؤسسه‌های مالی بزرگ در ایفای تعهدات خود در بحران‌های مالی و بلایای طبیعی، نمونه‌هایی از این حوادث است. با توجه به اهمیت این حوادث، ارائه برآوردهایی از سنجه‌های ریسک فرین یکی از کلیدی‌ترین مسائل مربوط به مدیریت ریسک است.

داویسون و اسمیت^۳ (۲۰۰۴)، با استفاده از تعدیل مقادیر فرین الگویی را پیشنهاد کردند که در آن از حد آستانه u استفاده می‌شد. این الگو GPD نام گرفت. مک‌نیل و فری^۴ (۲۰۰۰)، روشی برای محاسبه ارزش در معرض خطر مبتنی بر دنباله توزیع شرطی یک سری دارایی مالی دارای ناهمسانی واریانس، مطرح کردند و در آن از روش حداکثر درست‌نمایی برای برآزش الگوی GARCH و برآورد نوسانات و از نظریه ارزش فرین برای برآورد دنباله توزیع جدید الگوی GARCH استفاده کردند. لانجین^۵ (۲۰۰۰)، با بررسی بازده روزانه سهام بورس نیویورک (NYSE) به این نتیجه رسید که بازده روزانه این بازار از توزیع فرشه^۶ پیروی می‌کند که از خانواده توزیع‌های ارزش فرین تعمیم یافته و دنباله پهن است. بایستروم^۷ (۲۰۰۴)، با استفاده از نظریه ارزش فرین، دنباله‌های توزیع تغییرات قیمت را بررسی کرد و نتیجه گرفت که نظریه ارزش فرین، بر مدیریت ریسک و مدیریت سبد دارایی در زمانی که نوسانات بازار زیاد است، تأثیر زیادی دارد. تانگ و شیه^۸ (۲۰۰۶)، ویژگی‌های حافظه بلندمدت قیمت‌های سه بازار معاملاتی آتی شاخص سهام را بررسی کردند. نتایج تجربی پژوهش آنها نشان می‌دهد الگوی GARCH(HYGARCH) با توزیع چوله

معرض خطر، از آزمون کوپیک^۱ و پوشش غیرشرطی^۲ کوپیک استفاده شده است. در ساختار بندی مطالعه، ابتدا مبانی نظری و پیشینه پژوهش و پس از آن روش پژوهش، مفاهیم و ابزارهای پژوهش و روش‌های پیش‌آزمایی بررسی می‌شود. در نهایت نیز درباره چهارچوب نظری الگوهای GARCH و روش‌های تخمین پارامتر حافظه بلندمدت بحث می‌شود و یافته‌ها، نتایج و پیشنهادها ارائه می‌شود.

مبانی نظری

امروزه بورس اوراق بهادار به منزله محلی برای تراکنش‌های اقتصادی (بدون هیچ‌گونه خرید و فروش فیزیکی)، به یکی از ابعاد مهم اقتصاد در جوامع تبدیل شده است. یکی از مهم‌ترین شاخص‌ها در بورس اوراق بهادار، شاخص کل قیمت است که به‌طور معمول سهامداران و معامله‌کنندگان سهام بر مبنای آن، حرکت و جهت بازار را به‌صورت دوره‌ای اندازه‌گیری می‌کنند. رشد شاخص کل نشان‌دهنده برآیند رشد قیمت سهام یا رشد تعداد سهام معامله‌شده و در مجموع بیان‌کننده رونق بازار است.

پژوهش حاضر برای سنجش ریسک، بر ارزش در معرض خطر به‌دست آمده از شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران متمرکز شده است. به این معیار به دلیل توجه زیاد پژوهشگران، تحلیل‌گران، سرمایه‌گذاران، مؤسسه‌های مالی، نهادهای نظارتی و دیگر فعالان بازار توجه شده است. از سوی دیگر، مدیریت ریسک، مشکلات بسیاری در رویارویی با رویدادهای فرین دارد. احتمال وقوع این نوع رویدادها بسیار کم است؛ ولی در صورت وقوع ممکن است علاوه بر پرهزینه بودن، اثرات بزرگی به‌همراه داشته

3. Davison & Smith
4. McNeil & Frey
5. Longin
6. Frechet Diatribution
7. Bystrom
8. Tang & Shieh

1. Kupiec's Test
2. Unconditional Coverage

t - استیودنت، معاملات آتی شاخص داو جونز را بهتر تشریح کرده است. تسی و چن^۱ (۲۰۱۱) با استفاده از نظریه ارزش فرین، وجود توزیع‌هایی با دنباله پهن را در بورس کشورهای آسیایی بررسی کردند. بازه زمانی شاخص بورس در این پژوهش یکسان و از اکتبر ۱۹۸۹ تا اگوست ۲۰۰۹ در نظر گرفته شده است. کشورهای مطالعه شده در این پژوهش عبارت‌اند از: هنگ‌کنگ، سنگاپور، تایوان، تایلند، اندونزی، مالزی، کره جنوبی و ژاپن که با شاخص S&P آمریکا و شاخص بین‌المللی^۲ MSCI مقایسه شده است. مبروک و سعدی^۳ (۲۰۱۲)، ارزش در معرض خطر را با استفاده از از سه الگوی حافظه بلندمدت *FIAPARCH* و *FIGARCH, HYGARCH* و با پیش‌فرض‌های متفاوت برای توزیع خطاهای شاخص بازار سهام محاسبه کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که با در نظر گرفتن عدم تقارن، الگوی کسری یکپارچه، عملکرد بهتری در پیش‌بینی ارزش در معرض خطر دارد. مهرآرا و عبدلی (۲۰۰۶)، با استفاده از الگوهای *GARCH* تأثیر اخبار خوب و بد را بر نوسان بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران بررسی کردند. نتایج پژوهش آنها بیان‌کننده آن است که اخبار خوب و بد تأثیر یکسانی بر نوسانات بازده می‌گذارد. شامردادی و زنگنه (۲۰۰۷) کاربرد چهار الگو از نوع الگوهای *GARCH* و ارزش در معرض خطر را برای پنج شاخص عمده بورس اوراق بهادار تهران برآورد کردند که واریانس ناهمسانی شرطی در آنها مشاهده می‌شود. با توجه به اینکه پهن بودن دنباله توزیع احتمال داده‌ها درباره شاخص‌های بررسی شده تأیید شده است، الگوهای فرض توزیع t نیز برآورد شده است. نتایج

نشان می‌دهد این گروه از الگوها، رفتار میانگین و واریانس داده‌ها را به روش مطلوبی توضیح می‌دهد و فرض توزیع t بهبودی در نتایج برآوردها ایجاد نمی‌کند. در برآورد ارزش در معرض خطر، نتایج به‌دست آمده بیان‌کننده اهمیت توجه به پهن بودن دنباله توزیع داده‌هاست؛ ضمن اینکه الگوی ریسک‌سنجی، حساسیت کمتری نسبت به نوع تابع توزیع احتمال دارد. کشاورزحداد و صمدی (۲۰۰۹)، تلاطم (گشتاور دوم بازده) شاخص بورس تهران را با استفاده از چند الگو از خانواده *GARCH* الگوسازی کردند؛ سپس دقت آنها را در تخمین ارزش در معرض خطر مقایسه کردند. نتایج پژوهش آنها نشان می‌دهد در سطوح اطمینان متفاوت برای تخمین ارزش در معرض خطر، الگوهای مختلف نتایج متفاوتی می‌دهد؛ ولی الگوی *FIGARCH* در سطح معنی‌داری ۲/۵٪ بهترین عملکرد را بین الگوهای *GARCH* دارد. کاظمی (۲۰۱۲) با محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین، کاربرد این نظریه را در بورس اوراق بهادار تهران بررسی کرده است. او با تأکید بر چوله بودن توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران، از معیار نسبت خطا برای مقایسه کارآیی روش‌های سنجش ارزش در معرض خطر استفاده کرده است. سجاد و همکاران (۲۰۱۴) نیز برآورد ارزش در معرض خطر را در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش‌های مختلف از جمله نظریه ارزش فرین در سه سطح اطمینان، برای بازده لگاریتمی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و نرخ برابری دلار و یورو به صورت روزانه محاسبه کرده‌اند. همچنین برای پیش‌بینی نوسانات بازده از الگوی *GARCH* و برای بررسی کفایت و دقت الگوهای به کار گرفته شده، از آزمون‌های نسبت شکست‌های کوپیک،

1. Tasi & Chen
2. Morgan Stanley Capital Interntional
3. Mabrouk & Saadi

برنولی و آزمون استقلال خطی برای VaR و آزمون مک نیل و فری برای ES استفاده کردند. در مرحله دوم، توابع زیان الگوهای معتبر باقی مانده از مرحله اول وارد تابع MCS شده و رتبه بندی آماری صورت گرفته است. تابع زیان استفاده شده در الگوهای VaR، تابع زیان داو و در الگوهای ES، اولسن است. نتایج نشان داده است در هر دو الگوی VaR و ES و در سطح اطمینان ۹۹٪، رویکردهای ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی استیودنت و گارچ با فرض پسماندهای تی استیودنت، به ترتیب رتبه های اول تا سوم را دارند.

نظریه ارزش فرین نظریه ای است که بر دنباله های توزیع تمرکز دارد و توزیع مقادیر بسیار بزرگ یا بسیار کوچک را توصیف می کند. در این روش صرف نظر از اینکه داده ها از چه توزیع احتمالی پیروی می کند و با تمرکز بر دنباله تابع توزیع تغییرات ارزش یک دارایی، ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار محاسبه می شود. زمانی که بیشینه یک متغیر تصادفی الگوسازی می شود، نظریه ارزش فرین همان نقش پایه ای را بر عهده دارد که نظریه حد مرکزی در الگوسازی مجموع متغیرهای تصادفی ایفا می کند. در هر دو حالت، این نظریه ها به ترتیب توزیع حدی بیشینه ها و مجموع متغیرهای تصادفی را تعیین می کنند [۱].

روش پژوهش

الگوی استفاده شده در این پژوهش براساس الگوی بولرسلو^۳ (۱۹۸۶)، بیان می کند که واریانس شرطی با خطاهای پیش بینی یا مقادیر شوک های گذشته و با

کریستوفرسن^۱ و تابع زیان لوپز^۲ استفاده کرده اند. نتایج نشان داده است محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از روش های سنتی لزوماً به نتایج مناسبی منجر نمی شود و در برخی موارد استفاده از نظریه ارزش فرین و در نظر گرفتن نوسانات شرطی برای داده ها موجب نتایج بهتری می شود. این نتایج در سطوح اطمینان بالاتر مشهودتر است. اسلامی بیدگلی و همکاران (۲۰۱۳)، محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران را با استفاده از نظریه ارزش فرین و عملکرد روش پارامتریک در پیش بینی مقادیر VaR را با استفاده از برخی الگوهای خانواده حافظه بلندمدت مانند FIGARCH، FIEGARCH و HYGARCH بر سه توزیع آماری نرمال، تی استیودنت و تی استیودنت چوله در قیمت سبد نفتی اوپک بررسی کردند. نتایج نشان داده است پیش بینی مقادیر VaR یک روزه و ده روزه با استفاده از توزیع چوله، دقت و عملکرد بیشتری دارد و الگوی FIGARCH در پیش بینی ارزش در معرض خطر بهتر از سایر الگوها عمل می کند. سارنج و نوراحمدی (۲۰۱۷) نیز با رتبه بندی آماری الگوهای مختلف، ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را با استفاده از رویکرد مجموعه اطمینان الگوی (MCS) برای صنعت بانکداری از نظر آماری رتبه بندی کرده اند. همچنین با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی، رویکردهای مختلف ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را بر داده های روزانه شاخص صنعت بانکداری طی دوره زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی رتبه بندی کرده اند. در مرحله اول، برای بررسی اعتبار پیش بینی الگوهای مختلف از روش های پس آزمایی پوشش

1. Christoffersen
2. Lopez

3. Bollerslev

شده است.

جدول (۱) حالت‌های مختلف پارامتر حافظه و ویژگی سری زمانی در هر یک از حالت‌ها (لو، ۱۹۹۱)

ویژگی سری زمانی در بازه بررسی شده	بازه بررسی شده	حالت‌های مختلف
حافظه بلندمدت، نامانا، معکوس پذیر، برگشت به میانگین، واریانس نامحدود	$0.5 < d < 1$	۱
حافظه بلندمدت، مانا، معکوس پذیر، واریانس نامحدود	$0 < d < 1$	۲
حافظه کوتاه‌مدت، مانا، معکوس پذیر، واریانس محدود و مستقل از زمان، قابل الگوسازی با $ARMA$	$d = 0$	۳
حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس پذیر، کوواریانس‌ها جمع پذیر، ناماندگار	$-0.5 < d < 0$	۴
حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس ناپذیر، کوواریانس‌ها جمع پذیر	$-0.5 < d < -1$	۵

در جدول (۱)، اگر $d < 0.5$ باشد کوواریانس الگو ثابت است و اگر $d > 0$ باشد، ویژگی حافظه بلندمدت را دارد. زمانی که $0 < d < 0.5$ باشد، تابع خودهمبستگی به صورت هیپربولیکی کاهش می‌یابد و زمانی که $-0.5 < d < 0$ باشد، فرایند حافظه میان‌مدت پیش می‌آید. این فرایند نشان‌دهنده آن است که از متغیر بررسی شده بیش از حد تفاضل‌گیری شده است و در این مورد معکوس تابع خودهمبستگی به صورت هیپربولیکی کاهش می‌یابد.

همان‌گونه که نظریه ارزش فرین راه حلی بدیهی

وقفه‌های خود همبستگی نشان می‌دهد. ساده‌ترین الگوی خودرگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس، الگوی $GARCH(1,1)$ است که به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \omega + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 \\ &+ \beta_i \sigma_{t-1}^2 \quad \varepsilon: N(0, \sigma^2) \quad \omega \\ &\geq 0, \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta < 1 \end{aligned} \quad (1)$$

اطلاعات مربوط به سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران نیز از درگاه مرکز پردازش اطلاعات مالی ایران جمع‌آوری شده است. بدین منظور سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای فروردین ماه ۱۳۸۸ تا انتهای اسفندماه ۱۳۹۴ در نظر گرفته شده است و بازدهی به صورت روزانه و لگاریتمی محاسبه شده است. بازدهی یک دارایی به وسیله لگاریتم قیمت امروز بر قیمت روز گذشته محاسبه می‌شود.

$$r_t = 100 \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1}) \quad (2)$$

P_t ، شاخص قیمت بازار سهام در دوره t است. حافظه بلندمدت^۱، بیان‌کننده وابستگی قوی بین مشاهدات دور در یک سری زمانی منتسب است. پس از اینکه در ابتدای کار، هرست دریافت که سری‌های زمانی ممکن است پدیده حافظه بلندمدت را نمایش دهند، از اواسط دهه ۱۹۸۰ متخصصان اقتصادسنجی پس از پی‌بردن به مفاهیمی همچون ریشه واحد و هم‌انباشتگی در سری‌های زمانی، از وجود انواع دیگری از نامانایی و مانایی تقریبی آگاه شدند که فرایندهای موجود در بسیاری از سری‌های زمانی مالی را توجیه می‌کردند [۲۷]. حالت‌های مختلف یک سری زمانی با حافظه بلندمدت در جدول (۱) توضیح داده

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (۸)$$

با توجه به اینکه برای هر $x > u$ ، $X = y + u$ ، توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_u(y) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \quad (۹)$$

رابطه ۹ تنها برای $X > u$ صادق است.

بالکما و دی‌هان^۲ (۱۹۷۴) و نیز پیکاندس^۳ (۱۹۷۵) طی قضیه‌ای نشان دادند برای u هایی که به اندازه کافی بزرگ است، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم یافته پارتو تقریب زد؛ زیرا با بزرگ شدن آستانه، توزیع مقادیر فراتر از آستانه $F_u(y)$ به توزیع تعمیم یافته پارتو نزدیک می‌شود. الگوی اصلی برای رویکرد فراتر از آستانه، توزیع تعمیم یافته پارتو^۴ (GPD) است [۲۵]. تابع توزیع (GPD) به صورت تابع زیر تعریف می‌شود:

$$G_{\xi, \beta}(x) = 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x - u}{\beta} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (۱۰)$$

که در آن وقتی $\xi \geq 0$ باشد، $\beta > 0$ و $y > 0$ و اگر $\xi < 0$ باشد، $0 \leq y \leq -\frac{\beta}{\xi}$ است. اگر x به صورت $x = u + y$ تعریف شود، آنگاه توزیع تعمیم یافته پارتو به صورت تابعی از x تعریف می‌شود:

$$G_{\xi, \beta}(x) = (1 - (1 + \xi(x - u)/\beta))^{-\frac{1}{\xi}} \quad (۱۱)$$

تابع توزیع پارتوی تعمیم یافته دو پارامتر دارد؛ به ξ پارامتر شکل^۵ یا شاخص دم^۶ گفته می‌شود که مقادیر

برای الگوسازی حداکثرها و حداقلهاست، رویکرد فراتر از آستانه^۱ نیز روشی بدیهی برای الگوسازی تخطی‌ها (شکست‌ها) از یک آستانه بزرگ است؛ به عبارت دیگر، تنها مشاهدات حداکثر یا حداقل مهم نیست؛ بلکه تخطی مشاهدات فرین از یک آستانه بزرگ نیز اهمیت دارد. اگر نمونه مشاهدات با X_1, X_2, \dots, X_n و تابع توزیع آن با $F(x)$ و مقدار سطح آستانه با u نشان داده شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(u) = \Pr\{X_i \leq u\} \quad (۳)$$

تخطی (شکست) زمانی اتفاق می‌افتد که برای هر $X_i > u$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ باشد. بر این اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y_i = X_i - u \quad (۴)$$

و برای احتمالات $X_i \leq y_i + u$:

$$\Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u) \quad (۵)$$

به این ترتیب برای توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u :

$$F_u(y) = \Pr\{X_i - u \leq y_i \mid X_i > u\} \quad (۶)$$

که $F_u(y)$ نشان دهنده احتمال تخطی X حداکثر به اندازه y از آستانه u است؛ البته مشروط بر اینکه X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F_u(y) = \frac{\Pr\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{\Pr\{X > u\}} \quad (۷)$$

که در نتیجه رابطه زیر به وجود می‌آید:

2. Balkema & DeHaan
3. Pickands
4. Generalized Pareto Distribution
5. Scaling Parameter
6. Tail Index

1. Peak Over Threshold

$$\%ES = \frac{\%VaR}{1-\xi} + \frac{\hat{\beta} - \hat{\xi}u}{1-\xi} \quad (16)$$

البته این رابطه مشروط بر $\xi < 1$ است.

هم‌اکنون روش‌های پیش‌آزمایی متعددی برای ارزیابی دقت الگوهای VaR و ویژگی‌های آنها وجود دارد. بسیاری از این الگوها در سال‌های اخیر توسعه یافته است. الگوهای پیش‌آزمایی را می‌توان بر این اساس طبقه‌بندی کرد که آنها چه تعداد ویژگی الگو را آزمون می‌کنند. برخی از مهم‌ترین این الگوها عبارت‌اند از: آزمون کوپیک (۱۹۹۵) و آزمون انگل و منگانلی^۲ از (۲۰۰۴).

۱) آزمون کوپیک

اولین راه منطقی برای ارزیابی توانایی پیش‌بینی الگوهای VaR شمارش تعداد دفعاتی است که مقدار زیان واقعی از مقدار زیان پیش‌بینی شده توسط VaR بزرگ‌تر بوده است. یک معیار مهم در این زمینه توجه به تعداد یا نسبت تخطی‌ها^۳ یا نسبت شکست^۴ است. چنانچه VaRهای هر دوره مستقل فرض شود، مقایسه نتایج سود و زیان تحقق‌یافته با ارزش در معرض خطر محاسبه شده، سبب یک توزیع دو جمله‌ای می‌شود. چنانچه مقدار زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط الگو بیشتر باشد، این رخداد یک شکست محسوب می‌شود و اگر زیان واقعی کوچک‌تر از زیان برآورد شده باشد، یک موفقیت ثبت می‌شود. نسبت احتمالی کوپیک (LR) دارای توزیع مربع کای دو (χ^2) با یک درجه آزادی است و آماره زیر را دارد [۶، ۱۳]:

$$LR_{PF} = \left[\frac{\hat{\alpha}^T 1 (1-\hat{\alpha})^T - T1}{\alpha^T 1 - (1-\alpha)^T - T1} \right] \quad (17)$$

منفی، مثبت و صفر را اختیار می‌کند و به β پارامتر مقیاس^۱ گفته می‌شود که همواره مقادیر مثبت را اختیار می‌کند. محاسبه ارزش در معرض خطر مستلزم تخمین صدک‌های توزیع بازده یک دارایی است. برای انتقال صدک‌های مربوط به توزیع تعمیم‌یافته پارتو به صدک‌های توزیع مادر، باید به گونه‌ای بین احتمالات این دو توزیع رابطه برقرار شود. به این منظور از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$F_u(y) = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (12)$$

طبق قضیه بالکما، دی‌هان و پیکاندس، $F_u(y)$

برای u هایی که به اندازه کافی بزرگ است، به توزیع تعمیم‌یافته پارتو نزدیک می‌شود و از آنجا که برای $x = y + u$ ، $x > u$ می‌توان نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]G_{\xi, \beta}(x-u) + F(u) \quad (13)$$

بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه از نمونه مشاهدات جدا می‌شود. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه با n_u و تعداد کل مشاهدات نمونه با n نمایش داده شود، به راحتی می‌توان آخرین جمله سمت راست رابطه ۱۳ را با برآورد کننده تجربی زیر تخمین زد:

$$\hat{F}(u) = \frac{n - n_u}{n} \quad (14)$$

ارزش در معرض خطر درصدی را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\%VaR = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{n_u} \alpha \right)^{\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (15)$$

ریزش موردانتظار (ES) درصدی نیز برابر است با:

2. Engel & Manganelli

3. Violations Ratio

4. Failure Ratio

1. Scaling Parameter

۲) آزمون پوشش غیرشرطی

کوپیک (۱۹۹۵)، آزمون پوشش غیرشرطی دیگری را مطرح کرد. برای آزمون پوشش غیرشرطی، فرض صفر به این صورت بیان می‌شود که نسبت تعداد تخطی‌های مشاهده شده به کل تخطی‌ها $(\hat{\alpha})$ برابر با نسبت پیش‌بینی شده توسط الگوی (α) است؛ یعنی:

$$\begin{cases} H_0 : \hat{\alpha} = \alpha \\ H_1 : \hat{\alpha} \neq \alpha \end{cases} \quad (18)$$

ارزش درست‌نمایی^۱ زیرفرض صفر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Bernoulli(\alpha) = (1-\alpha)^{(1-I_t)} \alpha^{I_t} \quad (19)$$

بدین ترتیب پوشش غیرشرطی از طریق آماره آزمون نسبت به درست‌نمایی آزمون می‌شود:

$$LR_{UC} = 2Ln \left[\frac{L(\hat{\alpha})}{L(\alpha)} \right] : \chi^2(1) \quad (20)$$

چهارچوب نظری الگوهای GARCH

الگوی واریانس ناهمسانی شرطی اتورگرسیو (ARCH) که نخستین بار توسط انگل (۱۹۸۲) مطرح شد و بعدها توسط بولرسلو (۱۹۸۶) تعمیم داده شد، از جمله الگوهایی است که برای تبیین نوسانات یک سری به کار می‌رود. پس از آن، انواع مختلف الگوی واریانس ناهمسانی شرطی معرفی شد. در حالت کلی فرایند مرتبه p ARCH توسط معادلات زیر ارائه می‌شود:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad \alpha_0, \alpha_p > 0 \quad (21)$$

در یکی از مشهورترین پژوهش‌های انجام شده درباره الگوی ARCH، بولرسلو (۱۹۸۶) تغییراتی در الگوی ARCH ایجاد کرد و الگوی کلی تری به نام خودرگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس تعمیم یافته (GARCH) ارائه کرد. ساده‌ترین الگوی خودرگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس، الگوی $GARCH(1,1)$ است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad \varepsilon : N(0, \sigma^2) \\ \omega \geq 0, \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta &< 1 \end{aligned} \quad (22)$$

الگوی عمومی GARCH به صورت $GARCH(p, q)$ نمایش داده می‌شود که p مرتبه عبارت ARCH و q مرتبه عبارت GARCH است و معادله آن به صورت زیر است:

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (23)$$

الگوی ۲۳، نوع خاصی از الگوهای خودرگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس است [۱۸، ۳۱]. الگوی FIGARCH اولین بار توسط بایلی^۲ و همکاران (۱۹۹۶) مطرح شد. در این الگو یک متغیر تفاضل کسری تعریف شده است که بین صفر و یک بوده است. فرم تصریحی معادله $FIGARCH(p, d, q)$ به صورت زیر بوده است:

$$(1-L)^d \Phi(L) \varepsilon_t^2 = \omega + B(L) v_t \quad (24)$$

FIGARCH عمل می‌کند و اگر $\alpha = 0$ باشد، مانند گارچ عمل می‌کند.

الگوهای مبتنی بر حافظه بلندمدت به شدت به مقدار پارامتر حافظه بلندمدت و نحوه میرایی توابع خودهمبستگی بستگی دارد. بر این اساس، در این بخش، پارامتر حافظه بلندمدت با معیار *GPH* به کمک نرم‌افزار *OxMetrics* تخمین زده می‌شود. به‌طور کلی آزمون *GPH* نخستین بار توسط «گویگ و پورتر-هوداک (GPH)» (۱۹۸۳) ارائه شد. این آزمون مبتنی بر تحلیل دامنه فرکانس است و از فن رگرسیون دوره‌نگاشت^۳ برای برآورد آن استفاده شده است؛ در واقع، این فن ابزاری برای تمایز بین روندهای کوتاه‌مدت و حافظه بلندمدت فراهم می‌آورد [۹، ۱۲]. آماره آزمون *GPH* به تخمین پارامتر حافظه بلندمدت (d) محاسبه می‌شود که بر مبنای رگرسیون دوره‌نگاشت زیر است:

$$\ln[I(\omega_j)] = \beta_0 + \beta_1 n [4 \sin(\omega_j/2)] + e_j \quad (27)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

که در آن $\omega_j = \frac{2\pi j}{T}$ و e_j ، بیان‌کننده پسماندهای الگوست. ω_j ، به تبدیل فوری فرکانس پسماندها ($n = \sqrt{T}$) اشاره دارد. در نهایت $I(\omega_j)$ یک دوره‌نگاشت ساده است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I(\omega_j) = \frac{2\pi j}{T} \left| \sum_{t=1}^T \varepsilon_t e^{-i\omega_j t} \right|^2 \quad (28)$$

بنابراین، مقدار آماره آزمون *GPH* برابر با $-\hat{\beta}$ (برآورد پارامتر حافظه بلندمدت (d)) است [۱۶]. رابینسون^۴ (۱۹۹۵)، نوع دیگری از این تخمین‌گر را

اگر $d = 0$ باشد، الگوی *FIGARCH* به الگوی *GARCH* و اگر $d = 1$ باشد، به الگوی *IGARCH* تبدیل می‌شود [۱۶، ۲۸].

تسه^۱ (۱۹۹۸) با ترکیب الگوی *FIGARCH* معرفی شده توسط بایلی و همکاران (۱۹۹۶) با الگوی *APARCH* نامتقارن معرفی شده توسط دینگ و گرنجر^۲ (۱۹۹۶) الگوی بسیار انعطاف‌پذیری برای واریانس شرطی معرفی کرد. الگوی *FIAPARCH* را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_t^\delta = \omega [1 - \beta(L)]^{-1} + [1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(1-L)^d] \quad (25)$$

که در آن γ نشان‌دهنده اثر اهرمی و δ جزء قدرت الگوست. زمانی که $d = 0$ ، الگوی *FIAPARCH* به الگوی *APARCH* تبدیل می‌شود [۳۵، ۳۷].

این الگو توسط داویسون و اسمیت (۲۰۰۴)، به وسیله توسعه الگوی واریانس شرطی *FIGARCH* معرفی شد. در این الگو همبستگی بین وقفه‌های اجزای اخلاص به سرعت از بین نمی‌رود و به‌طور هیپربولیکی کاهش پیدا می‌کند. این الگوی واریانس شرطی به شرح زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_t^\delta = \omega [1 - \beta(L)]^{-1} + [1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \rho(L)[1 + \alpha(1-L)^d] \varepsilon_t^2] \quad (26)$$

که در آن α و d بزرگ‌تر از صفرند؛ البته اگر $\alpha < 1$ باشد، این الگو ماناست. اگر $\alpha > 1$ باشد، سری واریانس ناماناست. اگر $\alpha = 1$ الگو مانند الگوی

3. Log-Period Gram
4. Robinson

1. Tse
2. Ding & Granger

که p_t ، شاخص قیمت بازار سهام در دوره t است. در نمودار (۲) تغییرات سطوح شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران در بازه مطالعه شده نشان داده شده است که محور افقی تاریخ و محور عمودی مقدار شاخص قیمت کل در هر روز است. در نمودار (۳) تغییرات بازده شاخص قیمت کل در طول دوره زمانی پژوهش نشان داده شده است. سری بازدهی شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران، میانگین ثابت (مستقل از زمان) دارد. وجود روند در نمودار (۳) مشاهده می شود؛ به گونه ای که از ابتدای فروردین ۱۳۸۸ تا بهمن ۱۳۹۲ شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار روندی صعودی و طی دو سال بعد احتمالاً به دلیل رکود اقتصاد جهانی، کاهش نرخ جهانی محصولات راهبردی چون نفت، بلا تکلیفی معامله گران از نتیجه مذاکرات هسته ای، افزایش میزان سود بانکی، رکود حاکم بر بازار مسکن، خروج سهامداران، کاهش نقدینگی بازار و تأثیر گذاری تحریم ها بر میزان سوددهی برخی صنایع تا بهمن ۱۳۹۴ روندی نزولی داشته است.

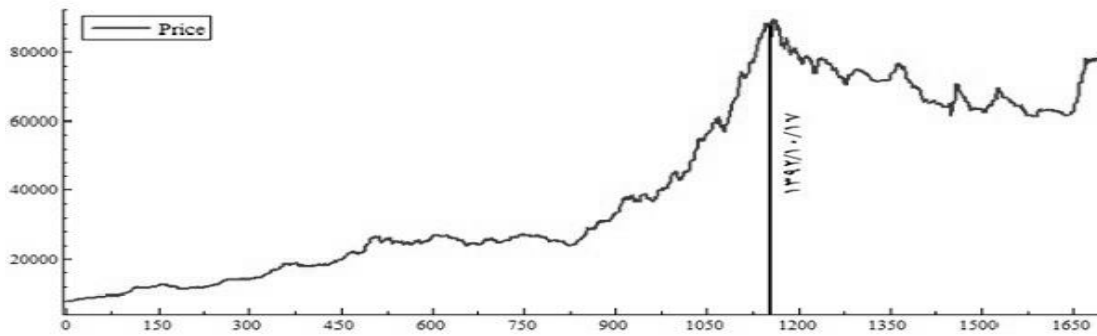
ارائه داد که به آن به واسطه نوع بیان راست نمایی، خصوصیات مجانبی مطلوب و فرضیاتش توجه شد. این تخمین زن به نام تخمین زن نیمه پارامتریک نیمه گاوسی (GSP) شناخته شده است. تخمین زن GSP شبیه تخمین زن GPH براساس دوره نگاشت و با استفاده از تعریف ck^{2d-1} در شرایط $k \rightarrow 0^+$ طراحی شده است. در اصل این تخمین زننده براساس لگاریتم دوره نگاشت طراحی شده است و به صورت زیر حل می شود:

$$\hat{d} = \operatorname{argmin} R(d)$$

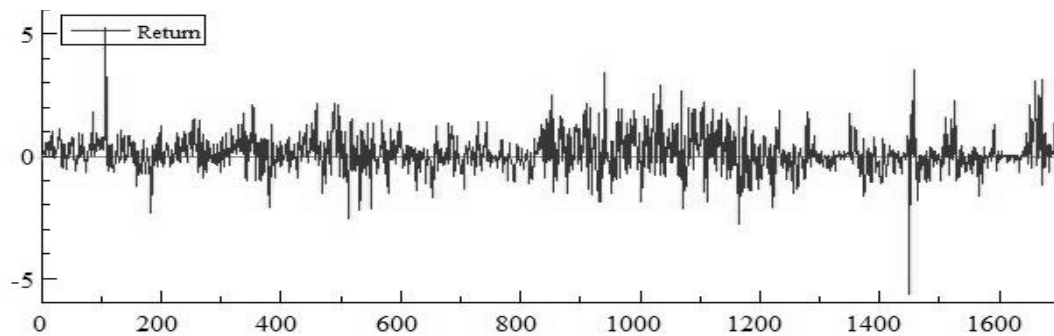
$$R(d) = \log \left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \omega_j^{2d} I_j \right) - \frac{2d}{m} \sum_{j=1}^m \omega_j \quad (29)$$

ارزش \hat{d} که مینیمم تابع $R(d)$ است، به ارزش واقعی d همگرا می شود، زمانی که $T \rightarrow \infty$ میل کند. گوینگ و پورتر - هوداک (۱۹۸۳) مرتبه پهنای باند $T^{0.5}$ را به واسطه ایستایی d برای GPH پیشنهاد دادند. هورویچ^۱ و همکاران (۱۹۹۸) این مرتبه را براساس کمینه سازی میانگین خطای مربعات $T^{0.8}$ در نظر گرفتند. در کل، مقدار بزرگ تر m ، \hat{d} را سریع تر به d همگرا می کند. داده های پژوهش شامل ۱۶۹۵ داده روزانه از تاریخ ۱۳۸۸/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۴/۱۲/۲۸ مربوط به شاخص کل قیمت ($TEPIX$) است. ۱۱۶۲ مشاهده اول (تا تاریخ ۱۳۹۲/۱۰/۱۶) برای تخمین و ۵۳۳ مشاهده باقی مانده برای پیش بینی داخل نمونه استفاده شده است. داده های قیمت روزانه با روش استاندارد زیر به بازدهی های روزانه تبدیل شده است:

$$r_t = 100 * \operatorname{Ln} \frac{p_t}{p_{t-1}} \quad (30)$$



نمودار (۱) سری شاخص قیمت کل در دوره زمانی پژوهش



نمودار (۲) بازدهی قیمت‌ها برای شاخص کل بین سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۴

یافته‌ها

برای بررسی مشخصات عمومی و پایه‌ای سری بازده شاخص قیمت کل و برآورد الگوها و تجزیه و تحلیل دقیق آنها، در ابتدا باید توصیف آماری سری بازدهی انجام شود. مهم‌ترین پارامترهای توصیف آماری داده‌ها از جمله میانگین، میانه، انحراف معیار، حداکثر و حداقل داده‌ها، کشیدگی^۱ و چولگی^۲ و در نهایت آماره جارکو-برا^۳ در نمودار (۳) نشان داده شده است. معیار کشیدگی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

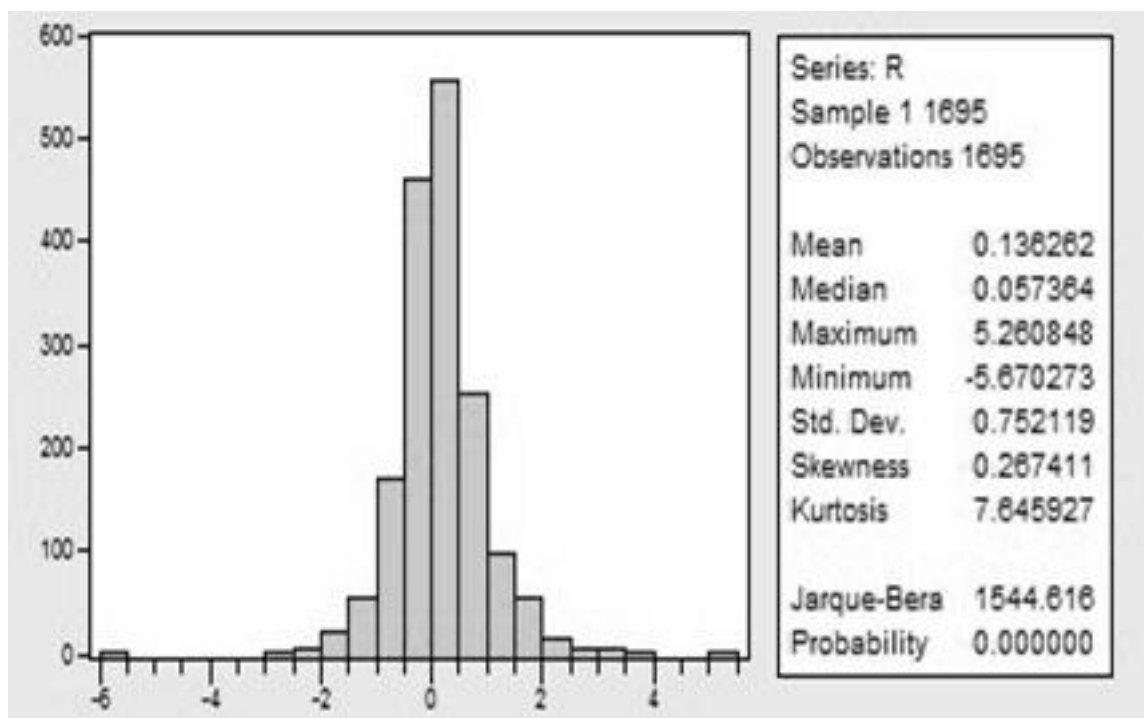
$$K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \quad (۳۱)$$

که در آن $\hat{\sigma}$ برآوردکننده واریانس نمونه است.

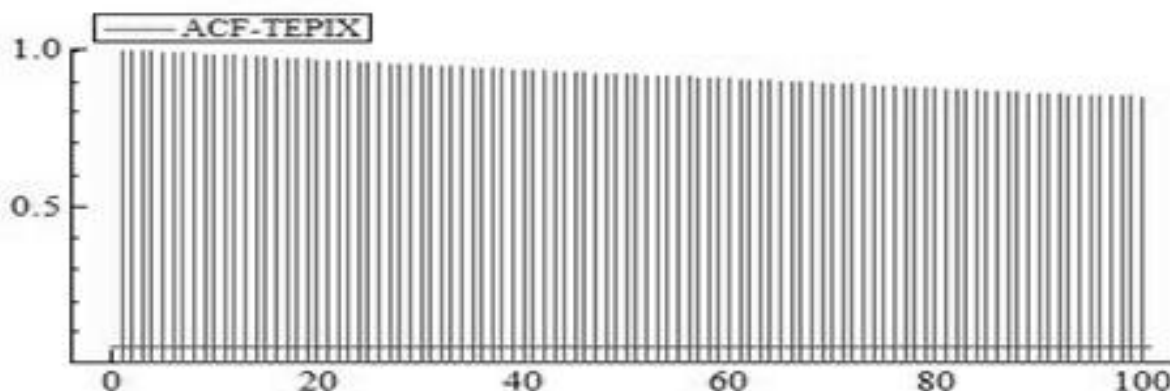
کشیدگی توزیع نرمال برابر ۳ است. میزان کشیدگی به دست آمده ۷/۶۴۵ و بزرگ‌تر از ۳ است که نشان می‌دهد سری بازده، توزیع دنباله پهن‌تر و رأس بالاتری نسبت به توزیع نرمال دارد. مقدار چولگی ۰/۲۶۷۴ نیز نشان می‌دهد توزیع بازده، متقارن نیست و چوله به راست است.

نمودار (۴) تابع خودهمبستگی شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران را برای یک دوره طولانی مدت ۱۰۰ وقفه‌ای نمایش می‌دهد. سری‌های دارای چنین نمودار خودهمبستگی، بنا بر ادبیات موجود نشان‌دهنده وجود حافظه بلندمدت است [۲۴].

1. Kurtosis
2. Skewness
3. Jarque-Bera



نمودار (۳) هیستوگرام سری زمانی بازده و شاخص‌های آمار توصیفی آن



نمودار (۴) ACF سری لگاریتم شاخص قیمت کل بورس اوراق بهادار تهران

سبب افزایش تغییرپذیری نمونه‌گیری تخمین به علت کاهش اندازه نمونه می‌شود. به این منظور برای ارزیابی مستدل و محکم برآوردهای GSP و GPH برحسب انتخاب پهنای باند، چندین ارزش پهنای باند m انتخاب می‌شود؛ به طوری که تغییر ارزش‌ها تابعی از اندازه نمونه T خواهد بود و از طریق $m = [T^\alpha]$ به واسطه $Oxmetric$ $\alpha = \{0.5, 0.6, 0.8\}$ توسط نرم‌افزار مشخص و تخمین زده می‌شود.

انتخاب تعداد عرض فرکانس مرتبه پایین (پهنای باند) در تخمین پارامتر حافظه بلندمدت با روش‌های GSP و GPH از مباحث مهم در این نوع تخمین است؛ به طوری که مرتبه بالای عرض دوره‌نگاشت سبب اریب در تخمین d می‌شود؛ یعنی هرچه مقدار d بزرگ‌تر باشد، فرایند به سوی حافظه میان‌مدت (کوتاه‌مدت) پیش می‌رود و از سوی دیگر، با در نظر گرفتن مرتبه بسیار پایین عرض دوره‌نگاشت،

جدول (۲) نتایج تخمین و آزمون‌های تشخیصی برای الگوی *HYGARCH*

نتایج تخمین			
TEPIX	Coefficient	Std.Error	Probability
GARCH	۰/۷۴۵۸	۰/۰۴۰۳	۰/۰۰۰۰
ARCH	۰/۱۵۹۲	۰/۰۶۱۴	۰/۰۱۲۸
d-FIGARCH	۰/۰۲۳۷	۰/۰۱۱۴	۰/۰۰۰۰
Log Alpha (HY)	۲/۸۱۴۰	۰/۳۲۸۱	۰/۰۰۰۰
-۱۱۱۰/۹۱			
آزمون‌های تشخیصی			
Q ² (10)	۷/۰۷۹۷ (۰/۵۲۸۰)		
ARCH(10)	۱۰/۶۰۵۸ (۰/۲۲۵۰)		
AIC	۱/۹۳۹۲		
SIC	۱/۹۶۸۴		

نتایج حاصل از ارزیابی الگوی *FIAPARCH* در جدول (۲)، با توجه به معناداری پارامترهای δ به لحاظ آماری، نشان می‌دهد تمام سری‌های زمانی، نوسانات نامتقارن قوی دارد. براساس جدول (۴) ضریب پاسخ نامتقارن از نوسانات به اخبار یعنی γ برای تمام شاخص‌های مالی، چشمگیر و مثبت است. ضریب حافظه بلندمدت به دست آمده نیز ۰/۹۸۱۹ است که بیان‌کننده وجود حافظه بلندمدت در شاخص کل براساس الگوی برازش شده است. با مقایسه مقادیر معیارهای اطلاعات مربوط به انواع مختلف الگوی *GARCH* به سادگی می‌توان دریافت که الگوی *FIAPARCH* کمترین مقدار آماره اطلاعات آکائیک و شوارتز^۱ را دارد و بهترین تصریح برای تبیین الگوی رفتاری تلاطم موجود در سری بازدهی شاخص

قیمت کل است. به طور کلی با مقایسه الگوهای مختلف نوع *GARCH* می‌توان نتیجه گرفت که عملکرد الگوی *FIAPARCH* بهتر از الگوهای *GARCH* و *HIGARCH* و *FIGARCH* برای تمام سری مطالعه شده در این پژوهش است. این الگو برای به دست آوردن حافظه بلندمدت و عدم تقارن در نوسانات بازدهی مناسب است.

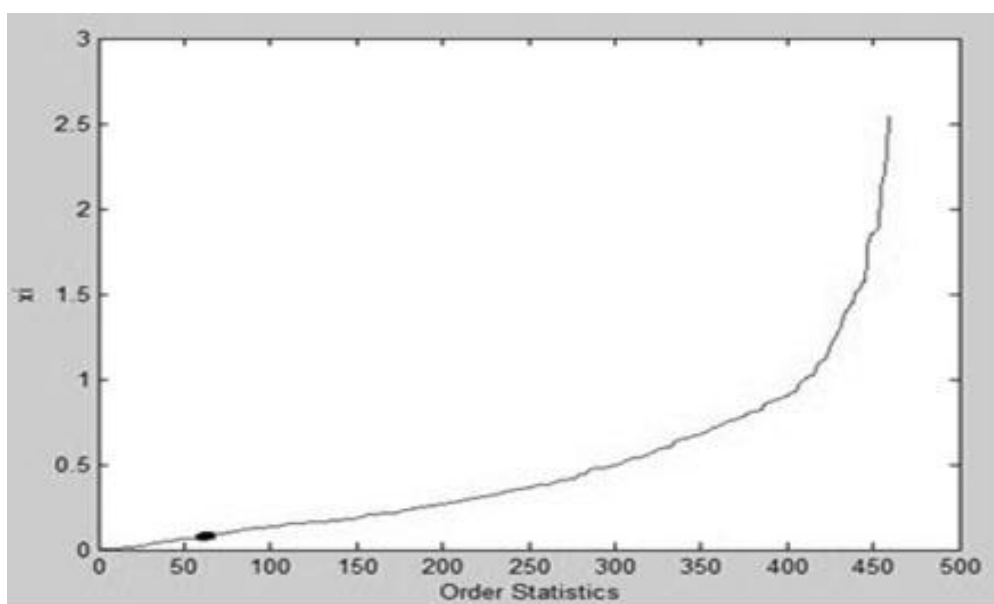
جدول (۳) نتایج تخمین و آزمون‌های تشخیصی برای الگوی *FIAPARCH*

نتایج تخمین			
TEPIX	Coefficient	Std.Error	Probability
GARCH	۰/۸۳۹۷	۰/۰۲۹۷	۰/۰۰۰۰
ARCH	۰/۱۱۰۱	۰/۰۵۹۹	۰/۰۶۶۲
d-FIGARCH	۰/۹۸۱۹	۰/۰۲۲۸	۰/۰۰۰۰
	۰/۲۴۹۰	۰/۲۱۱۱	۰/۲۳۸۵
	۱/۱۲۴۳	۰/۴۵۲۸	۰/۰۱۳۲
-۱۱۱۰/۹۱			
آزمون‌های تشخیصی			
Q ² (10)	۱۶/۰۷۴۵ (۰/۰۴۱۳)		
ARCH(10)	۱۰/۰۵۸۱ (۰/۲۶۰۹)		
AIC	۱/۹۳۱۶		
SIC	۱/۹۳۱۵		

در جدول (۳) مقدار حداکثر لگاریتم درست‌نمایی و $Q^2(10)$ آماره آزمون باکس - پیرس^۲ را برای باقی مانده مربعات بازده تا مرتبه 10 سریال همبستگی بیان می‌کند. $ARCH(10)$ همان آزمون $LM - ARCH$ است که توسط انگل (۱۹۸۲) با استفاده از ۱۰ وقفه مطرح شد. نمادهای *AIC* و *SIC*

نشان می‌دهد. مقداری که برای مقدار آستانه در منابع مختلف بیان شده است، مقدار ۵٪ انتهایی داده‌هاست. برای مثال از ۱۰۰۰ داده، مقدار داده آستانه، داده پنجاهم است. همان طور که پیش از این ذکر شد مقدار آستانه در جایی انتخاب می‌شود که برآوردکننده هیل ثابت و پایدار باشد. تخمین گر هیل شاخص دنباله ξ براساس N_u به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{\xi} = \frac{1}{N_u - 1} \sum_{i=1}^{N_u-1} \ln X_{i:n} - \ln X_{N_u:n} \quad \text{for } N_u \geq 2 \quad (32)$$



نمودار (۵) شکل هیل سری زمانی بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

$$\hat{F}(x) = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{n-u} \alpha \right)^{\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (33)$$

$$M^{(r)} = \frac{1}{N_u - 1} \sum_{i=1}^{N_u-1} \left[\text{Log} \frac{X_{n-i+1:n}}{X_{n-N_u:n}} \right]^r, \quad \text{for } r=1,2 \quad (34)$$

در ادامه β و ξ عبارت است از:

$$\xi = M^{(1)} + 1 - \frac{1}{2 \left[\frac{1 - (M^{(1)})^2}{M^{(2)}} \right]} \quad (35)$$

$$\beta = uM^{(1)}$$

به ترتیب نشان‌دهنده معیارهای آکائیک و شوارز است. در داخل پرانتز سطح معناداری گزارش شده است. با استفاده از نرم‌افزار *Matlab* مقدار پارامترهای این الگو محاسبه شده است. برای اجرای روش *EVT* به تعیین آستانه نیاز است. نمودار (۵) نشان‌دهنده شکل هیل بازده شاخص کل قیمت روزانه بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی مطالعه شده است. در نمودار ایجاد شده از این مقادیر، محور افقی به ازای N_u (تعداد مشاهدات در آستانه) و محور عمودی هم مقادیر ξ در رابطه هیل را

در رابطه بالا به ازای هر مقدار مختلف u بازدهایی که از u تجاوز کرده‌اند، داخل یک مجموعه به اسم مجموعه اکسترم‌ها قرار داده شده است؛ سپس آنها به ترتیب صعودی مرتب شده و از اعضای این مجموعه استفاده شده است که در ادامه در جدول (۴) نشان داده می‌شود که توسط فرمول برآوردگر هیل به ازای مقادیر مختلف u به دست می‌آید. همچنین از فرمول‌های زیر مقادیر $\hat{\xi}$ و $\hat{\beta}$ در رابطه زیر به دست می‌آید:

در جدول (۴)، N تعداد کل مشاهدات نمونه و Nu/N تعداد مشاهدات فراتر از آستانه u ، $\hat{\beta}$ و $\hat{\xi}$ پارامتر مقیاس درصد فراترها در نمونه است. GPD و پارامتر شکل GPD در نمونه است. VaR و ES اندازه ریسک محاسبه شده برای باقی مانده $FIAPARCH$ با سطح اطمینان ۰/۹۹ است. نمودار (۶)، ارزش در معرض خطر شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را در سطح اطمینان ۰/۹۹ نشان می دهد. نتایج جدول (۴) نیز بیان کننده آن است که مقدار ارزش در معرض خطر و ریزش موردانتظار در سطح معنی دار ۹۹ درصد برابر ۰/۲۹۳۲- و ۱/۳۲۶۳- است؛ بدین معنا که مقدار زیان شاخص قیمت کل با سطح اطمینان ۹۹ درصد، بیش از ۰/۲۹۳۲- نخواهد بود. می توان گفت الگوی $FIAPARCH-EVT$ در تعیین ارزش در معرض خطر موفق عمل کرده است. همان طور که ملاحظه می شود مقدار تخمین نقطه ای پارامتر شکل دنباله برای شاخص قیمت کل برای بازه زمانی مدنظر در صدک آستانه، مثبت است. همان طور که پیشتر توضیح داده شد در توزیع های با دنباله پهن، شاخص دنباله مثبت است. تابع توزیع در چنین مواردی به تابع توزیع فرجت تمایل دارد.

بدین طریق مقادیر β و ξ به دست آمده است و در فرمول اصلی یعنی:

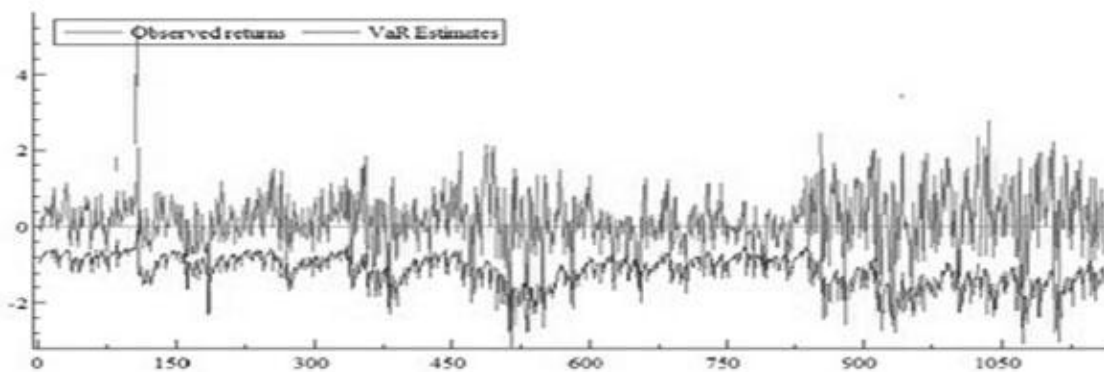
$$\%VaR = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n}{n_u} \alpha \right)^{\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (36)$$

n تعداد کل داده های نمونه، n_u تعداد داده های فراتر از آستانه و α سطح اطمینان مدنظر است و ریزش موردانتظار (ES) درصدی نیز برابر است با:

$$\%ES = \frac{\%VaR}{1-\xi} + \frac{\hat{\beta} - \hat{\xi}u}{1-\xi} \quad (37)$$

جدول (۴) برآورد پارامتر $FIAPARCH-EVT$

پارامترها	TEPIX
N	۱۱۶۲
N_u	۵۸
N_u/N	۴/۹۹٪
threshold (u)	۱/۴۹۳۶
$\hat{\beta}$	۰/۰۹۸۲
$\hat{\xi}$	۰/۳۸۱۲
VaR 99%	-۰/۲۹۳۲
ES 99%	-۱/۳۲۶۳



نمودار (۶) ارزش در معرض خطر برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در سطح اطمینان ۰/۹۹

جدول (۵) نتایج پس آزمایی VaR با رویکرد FIAPARCH – EVT برای افق زمانی یک روز جلوتر

شاخص قیمت کل			مؤلفه
٪۹۹	٪۹۷/۵	٪۹۵	سطح اطمینان بررسی شده (α)
۵	۱۳	۲۶	تعداد تخطی
۵۳۳	۵۳۳	۵۳۳	تعداد کل مشاهدات
۰/۰۰۹۳	۰/۰۲۴۳۹	۰/۰۴۸۷	نسبت تعداد تخطی ها به کل پیش بینی ها (نسبت شکست) ($\hat{\alpha}$)
٪۱	٪۲/۵	٪۵	نسبت تعداد تخطی های موردانتظار
۰/۰۱۶۷	۰/۰۳۴۲	۰/۰۶۱۲	حد بالای کوپیک
۰/۰۰۳۳	۰/۰۱۵۸	۰/۰۳۸۸	حد پایین کوپیک
۰/۸۴۲۰	۱/۷۴۳۲	۱/۷۶۱۳	آماره آزمون
۶/۶۳۵	۵/۰۲۴	۳/۸۴۱	مقدار بحرانی آماره
مناسب	مناسب	مناسب	خلاصه نتایج (عملکرد)

باشد، الگوی VaR ریسک را دست بالا و اگر $\hat{\alpha} < \alpha$ باشد، دست پایین برآورد کرده است. نتایج خلاصه شده در جدول (۵) نشان می دهد در افق زمانی یک روزه، درصد (نسبت) تخطی ها برای همه سطوح اطمینان در فاصله حد پایین و بالای کوپیک قرار می گیرد و به همین لحاظ عملکرد الگو با استفاده از آماره کوپیک مناسب به نظر می رسد. همچنین نسبت کوپیک از مقدار بحرانی آزمون کمتر است و فرض صفر رد نمی شود؛ بنابراین، می توان نتیجه گرفت که روش FIAPARCH – EVT عملکرد مناسبی برای محاسبه ارزش در معرض خطر داخل نمونه برای افق زمانی یک روز جلوتر نسبت به سایر الگوها دارد.

نتایج و پیشنهادها

ارزش در معرض خطر روشی برای اندازه گیری و سنجش خطر احتمالی موجود در بازار سرمایه و از خانواده معیارهای ریسک نامطلوب است که تا به حال در بسیاری از مؤسسات مالی استفاده شده و روش دستیابی آنها به ریسک مالی را کاملاً تغییر داده است. ارزش در معرض خطر بیشترین زیان موردانتظار را در افق زمانی مشخص در سطح اطمینان معین اندازه گیری می کند.

در پژوهش حاضر برای پیش بینی ارزش در معرض خطر بازار سهام ایران و کاربرد آن در حافظه بلندمدت بازار، از انواع الگوی گارچ استفاده شده است. نتایج تخمین های انجام شده روی هر یک از الگوهای FIAPARCH و F I G A ،HYGARCH نشان می دهد الگوی FIAPARCH نسبت به سایر الگوها بهتر عمل می کند. همچنین برای تعیین آستانه بهینه از روش شکل هیل استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده می توان گفت روش

در این بخش، ارزش در معرض خطر یک روز جلوتر از طریق الگوی ناهمسانی توان دار نامتقارن انباشته کسری با استفاده از نظریه فرین^۱ (FIAPARCH – EVT) پیش بینی می شود. تعداد ۵۳۳ مشاهده باقی مانده برای پیش بینی داخل نمونه استفاده شده است. همان طور که پیش از این نیز ذکر شد، برای سنجش اعتبار الگوها از آزمون کوپیک استفاده شده است. در صورتی که نسبت احتمالی کوپیک بزرگ تر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای α باشد، فرض صفر رد می شود و نمی توان پذیرفت که الگوی VaR، ریسک را صحیح برآورد کرده است. اگر فرض صفر رد شود و $\hat{\alpha} > \alpha$

1. Fractionally Integrated Asymmetric Power Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

- heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 74: 3–30.
- [3] Balkema A., De Haan. L. (1974). Residual life at great age. *Annals of Probability*, 2 (2): 792–804.
- [4] Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31: 307–327.
- [5] Bystrom, H. (2004). Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. *International Review of Financial Analysis*, 13: 133–152.
- [6] Cerović Smolović, J., Lipovina-Božović, M., & Vujošević, S. (2017). GARCH models in value at risk estimation: Empirical evidence from the Montenegrin stock exchange. *Economic Research-Ekonomska Istrazivanja*, 30: 477-498.
- [7] Davison, A. C., Smith, R. L. (2004). Models for exceed once over high thresholds. *Journal of Royal Statistic Society Ver B*, 52 (3): 393–442.
- [8] Ding, Z., Granger., C. W. J. (1996). Modeling volatility persistence of speculativereturns: A new approach. *Journal of Econometrics*, 73: 185–215.
- [9] Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation. *Econometrica*, 50: 987–1008.
- [10] Engle, R., Manganelli, S. (2004). Caviar: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business and Economic Statistics*, 22 (4): 367-381.
- [11] Eslami bidgoli, G., Raei, R., & Kamalzadeh, S. (2013). Value-at-risk estimations of oil portfolio price of OPEC via long-memory, Garch models. *Economic Energy Studies*, 39 (10): 1-19. (in persian).
- [12] Geweke, J., Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 2: 221-238.
- [13] He, J., Wang, J., & Jiang, X. (2016). The effects of long memory in price volatility of inventories pledged on portfolio optimization of supply chain finance. *Journal of Mathematical Finance*, 6: 134-155
- [14] Hurvich, C. M., Deo, R., & Brodsky, J. (1998). The mean squared error of Geweke and Porter-Hudak's estimator of the memory parameter of a long-memory timeseries. *Journal of Time Series*

FIAPARCH – EVT در تعیین ارزش در معرض خطر موفق عمل کرده است. همچنین برای آزمون اعتبار الگوهای پژوهش از آزمون کوپیک استفاده شده است. یافته‌های پژوهش نشان می‌دهد در سطوح اطمینان مختلف، الگوی *FIAPARCH – EVT* اعتبار مناسب و مطمئنی برای سنجش ریسک یک روز جلوتر بازار دارد. با توجه به اعتبار مناسب و مطمئن این الگو در پیش‌بینی ریسک بازار، پیشنهاد می‌شود مدیران سبد شرکت‌ها و صندوق‌های سرمایه‌گذاری با استفاده از الگوی ذکر شده به صورت روزانه، حداکثر زیان محتمل سبد موجود خود را برآورد کنند و اقدامات مناسب را برای مصون‌سازی سبد از زیان انجام دهند. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های مبتنی بر نظریه ارزش فرین در سطوح اطمینان بالاتر و در نظر گرفتن نوسانات برای داده‌ها موجب نتایج بهتری می‌شود. در انتها به سرمایه‌گذاران و تحلیلگران بازار سرمایه نیز پیشنهاد می‌شود با توجه به عملکرد بهتر الگوهای مبتنی بر نظریه ارزش فرین نسبت به الگوهای مبتنی بر توزیع نرمال در بورس اوراق بهادار تهران، از الگوهای مذکور در تحلیل‌ها و سرمایه‌گذاری‌ها استفاده کنند. با توجه به اینکه در سال‌های اخیر استفاده از الگوهای *GARCH* مرسوم شده است، باید به این نکته در پژوهش‌های بعدی توجه شود که به کارگیری ترکیب الگوهای *FIAPARCH* و *FIGARCH*، *HYGARCH* و مقوله حافظه بلندمدت نتایج بهتری در بر دارد.

References

- [1] Abdoh Tabrizi, H., Radpour, M. (2009). *Measuring and Managing Market Risk*, Tehran: Agah Publishing. (in persian).
- [2] Baillie, R. T., Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. O. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional

- Inflation dynamics and the relationship between inflation and nominal uncertainty using the ARFIMA-GARCH pattern. *Economic Research Quarterly*, 36: 137-170. (in persian).
- [28] Moshri, S., Morovat, H. (2006). Prognosis of Tehran Stock Market Index using linear and nonlinear models. *Quarterly Journal of Business Research*, 41: 245-275. (in persian).
- [29] Pickands, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics. *Annals of Statistics*, 3: 119-131.
- [30] Robinson, P. M. (1995). Log-periodogram regression of time series with longrange dependence. *Annals of Statistics*, 23: 1048-1072.
- [31] Sajjad, R., Hedayati, S., & Hedayati, S. (2014). Estimation of value at risk by using extreme value theory, *Investment Knowledge*, 9 (3): 133-155. (in persian).
- [32] Saranj, A., Nourahmadi, M. (2017). Statistical ranking of different models of value at risk and expected drawings using the model confidence collection approach (MCS) for the banking industry: Emphasizing the conditional worst-value valuation approach. *Quarterly Journal of Financial Engineering and Securities Management*, 8 (30): 131-146. (in persian).
- [33] Shahmoradi, A., Zangeneh, M. (2007). Calculating value at risk for major indicators of Tehran Stock Exchange using parametric method. *Journal of Economic Research*, 42 (79): 121-149. (in persian).
- [34] Tang, T. L., Shieh, S. J. (2006). Long memory in stock index future markets: A value-at-risk approach. *Physica A*, 366: 437-448.
- [35] Tasi, M. S., Chen, L. C. (2011). The calculation of capital requirement using extreme value theory. *Economic Modeling*, 1: 390-395.
- [36] Tse, Y. K. (1998). The conditional heteroscedasticity of the yen-dollar exchange rate. *Journal of Applied Econometrics*, 13: 49-55.
- [37] Youssef, M., Belkacem, L., & Mokni, K. (2015). Extreme value theory and long-memory-GARCH framework application to stock market. *International Journal of Economics and Empirical Research*. 3 (8): 371-388.
- [38] www. Fipiran.com
- Analysis*, 19: 19-46.
- [15] Kazemi, M. (2012). *Calculating Value at Risk Using Frein Value Theory*. Tehran, University of Economic Sciences. Master's Thesis. (in persian).
- [16] Keshavarz haddad, G. (2015). *Financial Series Econometric with R,S.Plus And Eviwes*. Tehran: Ney Publishing. (in persian).
- [17] Keshavarz haddad, G., Samadi, B. (2009). Estimation and prediction of market volatility in stock market in Tehran and comparison of the accuracy of methods in estimating value at risk: Applied from family FIGARCH models. *Economic Research*, 86: 193-235. (in persian).
- [18] Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk management models. *Journal of Derivatives*, 3: 73-84.
- [19] Lo, A. W. (1991). Long term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59: 1279-1313.
- [20] Longin, F. M. (2000). From value at risk to stress testing: The extreme value approach. *Journal of Banking and Finance*, 24: 1097-1130.
- [21] Mabrouk, S., Saadi, S. (2012). Parametric value-at-risk analysis: Evidence from stock indices. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 52 (12): 305-321.
- [22] McNeil, A. J., Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*, 7: 271-300.
- [23] Mehrara, M., Abdoli, G. (2006). The role of good and bad news on fluctuations in stock returns in Iran. *Iranian Economic Research Quarterly*, 26: 25-40. (in pesian).
- [24] Mohagheghnia, M., Kashi, M. (2013). Durable long-term memory study with emphasis on distribution of stochastic: A Study of Tehran Stock Exchange. *Quarterly Journal of Industrial Management Studies*, 33: 151-181. (in persian).
- [25] Mohammadi, S. (2008). Parametric risk value calculation using conditional variants inequity models in Tehran Stock Exchange. *Financial research*, 2: 9-12. (in persian).
- [26] Mohammadi, S., Chitsazan, H. (2011). Long term memory survey of Tehran Stock Exchange. *Quarterly Journal of Economic Research*, 45 (97): 207-266. (in persian).
- [27] Mohammadi, T., Taleblou, R. (2010).

