

Developing a comprehensive data envelopment analysis model to determine the best supplier with imprecise data and weight restrictions

Morteza Rahmani ^{1*}, Bohlool Ebrahimi ², Morteza Khazar Bafroei ³

1- Assistant Professor, Sharif University Jahad Research Institute, Industrial Engineering Research Group (ACECR) - Tehran-Iran

2- Ph.D. Student, Sharif University Jahad Research Institute, Industrial Engineering Research Group (ACECR) - Tehran-Iran

3- Assistant Professor, Sharif University Jahad Research Institute, Industrial Engineering Research Group (ACECR) - Tehran-Iran

Abstract:

Suppliers selection in supply chain as a multi-criteria decision making problem (contain both qualitative and quantitative criteria) is one of the main factors of a successful supply chain. Data Envelopment Analysis (DEA) is a method to determine the efficiency that has been used widely for this purpose. In the hybrid DEA model of Toloo and Nalchigar, it is claimed that this model can determine the most efficient (best) supplier in presence of imprecise data. In this paper, it will be shown that the model just can find an efficient supplier and could not find the most efficient supplier. This paper by explaining the other drawbacks of the paper, proposes a comprehensive model that removes the drawbacks and also contains the weight restrictions. In the other words, the proposed model can find the most efficient supplier by solving just one mixed integer linear programming in presence of both imprecise data and weight restrictions. For determining and ranking other efficient suppliers a new algorithm proposed. Application of proposed approach explained with considering imprecise data for 18 suppliers.

Keywords: supplier selection, data envelopment analysis (DEA), imprecise data, weight restrictions, ranking

توسعه مدل جامع تحلیل پوششی داده‌ها برای تعیین بهترین تأمین‌کننده با داده‌های غیردقیق و محدودیت‌های وزنی

مرتضی رحمانی^{۱*}، بهلول ابراهیمی^۲، مرتضی خاکزار بفروئی^۱

- ۱- استاد، پژوهشکده توسعه تکنولوژی جهاد دانشگاهی شریف، گروه پژوهشی مهندسی صنایع، تهران، ایران
- ۲- دانشجوی دکتری، پژوهشکده توسعه تکنولوژی جهاد دانشگاهی شریف، گروه پژوهشی مهندسی صنایع، تهران، ایران
- ۳- استادیار، پژوهشکده توسعه تکنولوژی جهاد دانشگاهی شریف، گروه پژوهشی مهندسی صنایع، تهران، ایران

چکیده: انتخاب تأمین‌کنندگان در زنجیره تأمین به‌عنوان یک مسئله تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه (شامل معیارهای کیفی و کمی)، از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در یک زنجیره تأمین کارا است. مدل تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یکی از روش‌های تعیین کارایی است که به‌طور گسترده استفاده می‌شود. در مدل ترکیبی که طلوع و نالچیگر، ارائه کرده‌اند ادعا شده است که این مدل قادر است کاراترین (بهترین) تأمین‌کننده را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق تعیین کند. در مقاله حاضر نشان داده می‌شود که مدل ذکر شده قادر است تنها یک تأمین‌کننده کارا را پیدا کند و نمی‌تواند کاراترین تأمین‌کننده را مشخص نماید. این مقاله با بیان سایر مشکلات مدل طلوع و نالچیگر، یک مدل جامع ارائه می‌دهد که ضمن رفع مشکلات مدل ذکر شده محدودیت‌های وزنی را نیز دربرمی‌گیرد؛ به عبارت دیگر، مدل پیشنهادی این مقاله قادر است با در نظر گرفتن هم‌زمان داده‌های غیردقیق و محدودیت‌های وزنی در مدل DEA، کاراترین تأمین‌کننده را با حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح پیدا کند. برای تعیین و رتبه‌بندی سایر تأمین‌کنندگان کارا نیز الگوریتم جدیدی پیشنهاد شده است. کاربرد مدل ارائه‌شده برای داده‌های غیردقیق ۱۸ تأمین‌کننده نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: انتخاب تأمین‌کننده، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، داده‌های غیردقیق، محدودیت‌های وزنی، رتبه‌بندی

۱- مقدمه

و انتخاب، غیردقیق (بازه‌ای، کراندار، ترتیبی و ...) هستند (قدسی پور و اوبرین، ۱۹۹۸).

گرچه روش DEA به‌طور گسترده در ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان استفاده شده، در اکثر این مدل‌ها محدودیت‌های وزنی برای در نظر گرفتن نظرات مدیران و کارشناسان خبره، درباره‌ی وزن معیارها در نظر گرفته نشده است. در صورت آزاد بودن وزن‌ها، واحدهایی که در یک معیار خاص دارای نمره‌ی بالایی هستند به آن معیار وزن بالا و به معیارهایی که دارای نمره‌ی پایینی هستند وزن صفر یا خیلی کوچک در جهت بالابردن کارایی خود اختصاص می‌دهند. این در حالی است که این وزن‌ها ممکن است با نظرات تیم خرید درباره‌ی وزن معیارها کاملاً در تناقض باشد؛ برای مثال قیمت خرید کالا معمولاً دارای وزن بیشتری نسبت به سایر معیارها مانند زمان تحویل کالا است، پس ممکن است بدون در نظر گرفتن محدودیت‌های وزنی در روش DEA یک واحد ناکارا، کارا شناخته شود (خلیلی، ۱۳۸۸).

طلوع و نالچیگر^۲ (۲۰۱۱)، مدلی ترکیبی با استفاده از روش DEA برای انتخاب کاراترین (بهترین) تأمین‌کننده با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق (داده‌های ترتیبی، بازه‌ای، کسری کراندار و ...) ارائه دادند.

در مقاله حاضر مشکلات این مدل ترکیبی تشریح شده و در نهایت مدل توسعه‌یافته‌ای ارائه خواهد شد که مشکلات گفته‌شده را رفع می‌کند. مدل پیشنهادی این مقاله قادر خواهد بود با در نظر گرفتن هم‌زمان داده‌های دقیق، غیردقیق و محدودیت‌های وزنی در مدل DEA، بهترین تأمین‌کننده را فقط با حل یک

انتخاب تأمین‌کننده مناسب یکی از مهم‌ترین فعالیت‌های شرکت‌ها در مدیریت زنجیره تأمین است. انتخاب نادرست تأمین‌کننده، می‌تواند موقعیت مالی و فنی یک زنجیره تأمین را دچار اختلال کند (آیسوی و همکاران، ۲۰۰۷). شرکت‌ها در جستجوی راهی هستند که بتوانند توسعه محصول را در کوتاه‌مدت با کیفیت بالا و هزینه پایین انجام دهند. به دلیل افزایش علاقه کمپانی‌ها به همکاری استراتژیک با تأمین‌کنندگان کلیدی در طول فرایند توسعه محصول، تیم مسئول انتخاب تأمین‌کننده، باید از ابزاری استفاده کند تا بتواند تأمین‌کنندگان را براساس توانایی‌ها و عملکرد آنها طبقه‌بندی کند (خلجانی، ۱۳۸۶).

با توجه به اهمیت موضوع، روش‌ها و مدل‌های زیادی برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان ارائه شده است. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP)، تحلیل پوششی داده‌ها^۲ (DEA)، فرایند تحلیل شبکه (ANP)، برنامه‌ریزی خطی، غیرخطی و چندهدفه، الگوریتم ژنتیک (GA)، تئوری مجموعه‌های فازی و تئوری مطلوبیت چندشاخصه^۳ (MAUT) اشاره کرد. یکی از روش‌هایی که به‌طور گسترده در این زمینه به کار رفته است مدل DEA است (چایی و همکاران، ۲۰۱۰ و هو و همکاران، ۲۰۱۳).

بیشتر روش‌ها و مدل‌های ارائه‌شده از جمله روش DEA مبتنی بر پایه داده‌های دقیق هستند و کمتر به بحث داده‌های غیردقیق پرداخته‌اند. از آنجایی که مسئله ارزیابی و انتخاب تأمین‌کننده شامل هر دو معیارهای کیفی و کمی است، در مسئله انتخاب تأمین‌کننده، داده‌های مربوط به اکثر معیارهای ارزیابی

ادامه این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش ۲، مرور ادبیات موضوع آورده شده است. در بخش ۳، مفاهیم اساسی مدل DEA، داده‌های غیردقیق و مدل طلوع و نالچیگر (۲۰۱۱) به همراه مشکلات آن توضیح داده شده‌اند. در بخش ۴، مدل پیشنهادی برای رفع مشکلات روش فوق با در نظر گرفتن هم‌زمان محدودیت‌های وزنی و داده‌های غیردقیق در مدل DEA، مطرح و الگوریتمی برای شناسایی و رتبه‌بندی سایر تأمین‌کنندگان کارا ارائه شده است. مثال عددی و نتیجه‌گیری به ترتیب در بخش‌های ۵ و ۶ ارائه شده‌اند.

۲- مرور ادبیات موضوع

تاکنون مدل‌ها و روش‌های زیادی برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان ارائه شده است. وکورکا و همکاران^۲ (۱۹۹۶) سیستم خبره‌ای ارائه دادند که شامل کلیه مراحل انتخاب تأمین‌کننده از جمله فاز تعریف معیارها می‌شود. این سیستم می‌تواند تصمیم‌گیرنده را درباره اینکه در موقعیت‌های مختلف خرید چه معیارهایی را مورد توجه قرار دهد راهنمایی کند. داده‌های اولیه این سیستم خبره با استفاده از نظر مدیران خرید و نیز داده‌های تاریخی موجود تأمین می‌شود. لیو و همکاران^۳ (۲۰۰۰)، از مدل DEA برای ارزیابی کارایی تأمین‌کنندگان استفاده کردند. برای این کار ۳ معیار ورودی و ۲ معیار خروجی در نظر گرفته شد. هدف این مدل انتخاب تأمین‌کنندگانی بود که تنوع محصولات زیادی دارند تا تعداد تأمین‌کنندگان کاهش یابد. قدسی پور و اوبرین^۴ (۲۰۰۱) ابتدا یک مدل تک‌هدفه مطرح کردند که هدف اصلی آن حداقل کردن هزینه‌ها بود و کیفیت محصول به عنوان یکی از محدودیت‌های مدل

برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح تعیین کند. گفتنی است که در روش DEA برای تعیین کاراترین واحد تصمیم‌گیری (DMU) و یا تأمین‌کننده، باید حداقل به تعداد DMUها مدل نوشته و حل شود. به طور خلاصه سهم علمی این مقاله را می‌توان به صورت زیر برشمرد:

- تشریح مشکلات روش مقاله طلوع و نالچیگر (۲۰۱۱).
 - ارائه مدل جدید (مدل توسعه‌یافته) برای رفع مشکلات روش مقاله طلوع و نالچیگر
 - تعیین بهترین تأمین‌کننده با در نظر گرفتن هم‌زمان محدودیت‌های وزنی و داده‌های غیردقیق در روش DEA، با اجرای یک بار مدل پیشنهادی.
 - ارائه الگوریتمی برای تعیین و رتبه‌بندی سایر تأمین‌کنندگان کارا.
- شایان ذکر است که روش DEA به طور گسترده در تعیین امتیاز کارایی واحدهای مشابه به کار رفته است. از دلایل محبوبیت این مدل می‌توان به بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و خروجی اشاره کرد. همچنین این روش محدودیت تعداد معیارهای ارزیابی و تعداد واحدهای تصمیم‌گیری را مانند روش‌های دیگر ندارد. از مهم‌ترین کاربردهای مدل DEA می‌توان به مسئله انتخاب تأمین‌کننده در زنجیره تأمین (فرضی پور سائن و همکاران^۵، ۲۰۰۷ و ۲۰۰۸)، ارزیابی عملکرد شعب بانک (چن و همکاران^۶، ۲۰۰۵)، تعیین کارایی مؤسسه‌های آموزشی (جانس^۷، ۲۰۰۶)، حل مسئله طراحی چیدمان کارخانه (ارتای^۸، ۲۰۰۶) و تعیین کارایی پروژه‌ها برای سرمایه‌گذاری (شیفر و برد^۹، ۲۰۰۰) اشاره کرد.

در نظر گرفته شد. در مدل دوم کیفیت نیز به اهداف اضافه شد و یک تابع چندهدفه تعریف شده است. در هر دو مدل از برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح استفاده شده است. مدل‌های ارائه‌شده در این مقاله تک‌محصولی^۵ همراه با در نظر گرفتن مدیریت موجودی است.

تلوری و شارکیس^۶ (۲۰۰۲) با استفاده از مدل DEA روشی را برای ارزیابی و پایش تأمین‌کنندگان در طول همکاری با آنها ارائه داده‌اند. مدل آنها بر این پایه استوار است که کارایی یک تأمین‌کننده از یک دوره به دوره دیگر تغییر می‌کند. کومار و همکاران^۷ (۲۰۰۴) یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی^۸ برای حل مسئله تک‌محصولی ارائه دادند. در این مدل صرفاً توابع هدف که شامل حداقل شدن هزینه، تعداد محصول معیوب و تأخیر در دریافت محصول هستند، به صورت فازی و با تابع هدف عضویت مثلثی بیان شده‌اند. کاوتوماچای و وان^۹ (۲۰۰۵) در مقاله خود یک زنجیره تأمین شامل چند تأمین‌کننده، یک خریدار (دارای انبار) و چند توزیع‌کننده را در نظر گرفته‌اند. خریدار صرفاً یک توزیع‌کننده عمده است و کار تولیدی انجام نمی‌دهد؛ بنابراین خریدار محصولات را از تأمین‌کنندگان مختلف سفارش می‌دهد و آنها را در انبار خود ذخیره می‌کند. سپس با توجه به سفارش هر تأمین‌کننده جزء، محصول موردنیاز را برای آن توزیع‌کننده ارسال می‌کند. در مدل نهایی علاوه بر حداقل شدن هزینه کل خرید، باید محدودیت حداقل سطح سرویس نیز تأمین شود. برای حل این مدل یک روش ابتکاری ارائه شده است.

واتاو و راویندران^{۱۰} (۲۰۰۷) مسئله انتخاب تأمین‌کننده را در قالب برنامه‌ریزی چند هدفه با در

نظر گرفتن سه هدف حداقل کردن قیمت، زمان تدارک و اقلام برگشتی^{۱۱} مدل کردند. برای حل مدل راه‌کارهایی مانند برنامه‌ریزی آرمانی^{۱۲} و وزن‌دهی توابع هدف پیشنهاد شده است. جنسر و گورپینار^{۱۳} (۲۰۰۷) از مدل ANP برای ارزیابی و انتخاب مناسب‌ترین تأمین‌کنندگان یک شرکت الکتریکی با در نظر گرفتن معیارهای مختلف استفاده کردند. معیارها در سه خوشه دسته‌بندی شده و ارتباط آنها نیز مورد توجه قرار گرفته است. فرضی پور سائن^{۱۴} (۲۰۰۷) مدلی برای انتخاب تأمین‌کنندگان با داده‌های غیردقیق ارائه داد. این مدل شاید اولین مقاله موجود در جهت استفاده از داده‌های غیردقیق در مدل DEA برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان بود. در این مقاله داده‌های غیردقیق به شکل بازه‌ای (کراندار) و ترتیبی برای انتخاب تأمین‌کنندگان مورد استفاده قرار گرفته است. مدل ارائه‌شده، تأمین‌کنندگان را به دو گروه کارا و ناکارا دسته‌بندی می‌کند. این روش قادر به رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان کارا و تعیین کاراترین تأمین‌کننده نیست.

ها و کرشنان^{۱۵} (۲۰۰۸) از یک مدل ترکیبی AHP و DEA برای انتخاب تأمین‌کننده استفاده کردند. برای این کار ۱۲ معیار استفاده شد که در مرحله اول با استفاده از AHP عملکرد تأمین‌کنندگان با استفاده از ۵ معیار کیفی ارزیابی شد. سپس ۷ معیار کمی باقیمانده به همراه خروجی مدل AHP برای اندازه‌گیری کارایی تأمین‌کنندگان استفاده شد. کال و تالوری^{۱۶} (۲۰۰۸) با استفاده از رویکرد AHP-GP و با در نظر گرفتن فاکتور ریسک اقدام به ارزیابی و انتخاب تأمین‌کننده کردند. در این رویکرد از AHP برای ارزیابی تأمین‌کنندگان با در نظر گرفتن معیارهای

لباس‌شویی در ترکیه استفاده کردند. برای اینکار ۳ معیار اصلی و ۱۴ زیر معیار در نظر گرفته شده است. عزیزی (۱۳۹۰)، از رویکرد وانگ و همکاران^{۳۰} (۲۰۰۵) برای انتخاب تأمین‌کننده استفاده کرده است. درحقیقت برای هر تأمین‌کننده، کران بالا و پایین کارایی با در نظر گرفتن بهترین و بدترین حالت برای هر تأمین‌کننده (خوش‌بینانه و بدبینانه) محاسبه شده است.

آریکان^{۳۱} (۲۰۱۳) یک مسئله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه فازی برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کننده ارائه داد. وی سه تابع هدف شامل به حداقل رساندن هزینه، حداکثر کردن کیفیت و حداکثر کردن تحویل به موقع^{۳۲} را در نظر گرفت. کومار و همکاران^{۳۳} (۲۰۱۴) روشی با رویکرد دوستی با محیط (طبیعت) با استفاده از مدل DEA برای انتخاب تأمین‌کنندگان ارائه دادند. در این مدل داده‌ها به صورت دقیق در نظر گرفته شده است. این مدل تأمین‌کنندگان را تشویق می‌کند تا میزان انتشار کربن را کاهش دهند.

بررسی مرور ادبیات موضوع نشان می‌دهد گرچه روش DEA به طور گسترده در ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان استفاده شده، در نظر گرفتن هم‌زمان داده‌های ترکیبی (دقیق و غیردقیق) و محدودیت‌های وزنی در این روش کمتر مورد توجه قرار گرفته است. این در حالی است که در مسئله ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان، اطلاعات بیشتر به صورت غیردقیق بوده و باید نظرات فرد تصمیم‌گیرنده درباره وزن معیارها را در نظر گرفت. همچنین روش‌هایی که داده‌های غیردقیق را در نظر گرفته‌اند قادر به تعیین کاراترین (بهترین) تأمین‌کننده نیستند. بدین منظور در این مقاله یک مدل ترکیبی جدید برای تعیین کاراترین تأمین‌کننده در روش DEA، با در نظر گرفتن

ریسک استفاده کردند و امتیاز ریسک آنها را محاسبه نمودند. سپس مدل برنامه‌ریزی آرمانی را برای ارزیابی تأمین‌کنندگان با در نظر گرفتن اهداف ریسک و سایر محدودیت‌ها استفاده کردند. مندوزا و ولتروا^{۳۴} (۲۰۰۸) یک روش دومرحله‌ای برای انتخاب و تخصیص سفارش ارائه کردند. در مرحله اول از AHP برای رتبه‌بندی و کاهش تعداد تأمین‌کنندگان استفاده کردند. در مرحله دوم یک برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح برای تعیین مقدار بهینه سفارش ارائه دادند. ابراهیمی و همکاران (۱۳۸۹)، مسئله ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان را بررسی کردند و با استفاده از روش‌های DEA و AHP مدلی برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان در شرایط واقعی ارائه دادند. در این مقاله ۲۳ معیار برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان ارائه شد. تأمین‌کنندگان با توجه به تعدادشان به دو گروه تقسیم شدند و برای هر گروه مدلی ارائه شد. کرباسیان و همکاران (۱۳۹۰)، برای ارزیابی و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان از روش TOPSIS-AHP فازی استفاده کردند. در این پژوهش ابتدا به شناسایی معیارهای سنجش تأمین‌کنندگان چابک پرداخته شده است. سپس با استفاده از روش ارائه شده، این عوامل سطح‌بندی و دسته‌بندی شده است. ابراهیمی و ابراهیمی (۱۳۹۱)، با در نظر گرفتن رابطه بین تعداد معیارها و تعداد تأمین‌کنندگان الگوریتمی برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان ارائه دادند. در این مقاله تأمین‌کنندگان ضعیف و ناکارار در مرحله پیش‌ارزیابی حذف می‌شوند و تأمین‌کنندگانی که نمره لازم را دارند در مرحله دوم ارزیابی دقیق‌تر و تخصصی‌تر می‌شوند. کلین سیسی و اونال^{۳۵} (۲۰۱۱) از رویکرد AHP فازی برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان کارخانه تولید

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{r=1}^m u_r y_{rp} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n v_i x_{ip} = 1 \\ & \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, k \\ & u_r, v_i \geq 0, \quad \forall i, r \end{aligned} \quad (1)$$

در مدل فوق $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ و $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ به ترتیب وزن (اهمیت) ورودی‌ها و خروجی‌ها است. بعد از حل مدل فوق چنانچه مقدار تابع هدف برابر یک باشد، واحد p -ام کارا و در غیر این صورت (کمتر از یک) ناکارا خواهد بود. مدل فوق هر بار برای هریک از واحدها نوشته و حل می‌شود تا امتیاز کارایی آن واحد به دست آید.

بنا بر فرض مدل CCR (مدل ۱)، مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها باید به طور دقیق معلوم باشند. اما در دنیای واقعی مقادیر داده‌های ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای مورد ارزیابی، همیشه دقیق نیستند و در بسیاری از موارد از جمله مسئله انتخاب تأمین‌کننده نمی‌توانیم مقادیر واقعی و دقیق داده‌ها را اندازه‌گیری کنیم؛ به عبارت دیگر، ممکن است که چندین گزینه برای یک داده به‌عنوان مقدار اصلی آن در نظر گرفته شود و یا ممکن است که معیارهای کیفی برای داده‌های یک مسئله مطرح شود. اصطلاح داده‌های غیردقیق حالاتی را نشان می‌دهد که در آن داده‌ها در داخل یک بازه با کران‌های مشخص قرار دارند و یا نسبت به هم از اولویت خاصی برخوردارند. کوپر و همکاران^۷ (۱۹۹۹) برای اولین بار اصطلاح داده‌های غیردقیق را مطرح کردند که شامل داده‌های غیردقیق بازه‌ای و داده‌های غیردقیق

هم‌زمان محدودیت‌های وزنی و داده‌های غیردقیق ارائه شده است. این مدل درحقیقت توسعه مدل طلوع و نالچیکر (۲۰۱۱) است. همچنین برای تعیین و رتبه‌بندی سایر تأمین‌کنندگان کارا الگوریتمی ارائه می‌شود.

۳- تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) و داده‌های غیردقیق

در سال ۱۹۵۷ اقتصاددانی به نام فارل^۸ (۱۹۵۷) برای اولین بار روش‌های غیرپارامتری را برای بررسی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده پایه‌گذاری کرد. حدود بیست سال بعد چارنز و همکاران^۹ (۱۹۷۸) با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی، روش ناپارامتری فارل را به حالت چندورودی-چندخروجی توسعه دادند که به مدل CCR معروف شده است. پس از آن بانکر (۱۹۸۴) مدل BCC را ارائه دادند. این روش‌ها اساس روش‌های غیرپارامتری قرار گرفتند و تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها نام‌گذاری شدند. این مدل‌ها به‌سرعت توسعه پیدا کردند و تاکنون مقالات بسیار زیادی در این زمینه به چاپ رسیده‌اند که هدف عمده آنها محاسبه کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه است. گفتنی است که مدل CCR حالت بازده به مقیاس ثابت و مدل BCC بازده به مقیاس متغیر است.

فرض کنید k ، تعداد واحدهای مورد ارزیابی با تعداد m خروجی $Y_i = (y_{1i}, y_{2i}, y_{3i}, \dots, y_{mi})$ و تعداد n ورودی $i = 1, 2, 3, \dots, k$ و $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}, \dots, x_{nj})$ $j = 1, 2, 3, \dots, k$ باشد. طبق مدل CCR برای ارزیابی واحد p -ام داریم:

بین کران‌های بالا و پایین قرار دارند. با در نظر گرفتن داده‌های (۲) تا (۴) در مدل (۱)، این مدل غیرخطی و غیرمحدب می‌شود (کوپر و همکاران، ۱۹۹۹).

۳-۱- مدل طلوع و نالچینگر و مشکلات آن

طلوع و نالچینگر (۲۰۱۱) مدلی برای تعیین بهترین تأمین‌کننده با داده‌های غیردقیق در DEA به صورت مدل (۵) زیر ارائه کردند:

$$M^* = \text{Min } M$$

s.t.

$$M - d_j \geq 0 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0, \quad j=1, \dots, k \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^k d_j = k - 1$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1; \quad d_j \in \{0, 1\} \quad j=1, \dots, k$$

$$x_{ij} \in \theta_i^+; \quad y_{rj} \in \theta_r^-; \quad u_r, v_i \geq \varepsilon, \quad \forall i, r, j$$

که در آن $x_{ij} \in \theta_i^+$ و $y_{rj} \in \theta_r^-$ همه یا بخشی از روابط ۲ تا ۴ هستند. ε عددی مثبت و کوچک است، d_j متغیر انحرافی واحد j -ام و M ماکزیمم ناکارایی است که باید مینیمم شود. β_j به دلیل گسسته بودن d_j در نظر گرفته شده است. بقیه پارامترهای این مدل در رابطه ۱ توضیح داده شده‌اند. مدل فوق غیرخطی و غیرمحدب است. طلوع و نالچینگر از تغییر متغیر پیشنهادی زو (۲۰۰۳) به صورت زیر، استفاده کردند و این مدل را به برنامه‌ریزی خطی تبدیل کردند.

$$\begin{aligned} X_{ij} &= v_i x_{ij} \quad \forall i, j \\ Y_{rj} &= u_r y_{rj} \quad \forall r, j \end{aligned} \quad (6)$$

شایان ذکر است که با استفاده از تغییر متغیر فوق کران بالای کارایی به دست می‌آید و به همین دلیل

ترتیبی بود. مدل DEA حاصل از این داده‌ها، DEA غیردقیق یا^{۳۹}IDEA نامیده شد.

در زیر این داده‌ها به‌طور خلاصه توضیح داده می‌شوند.

- داده‌های کراندار یا بازه‌ای^{۳۹}

$$\begin{aligned} \underline{x}_{ij} \leq x_{ij} \leq \bar{x}_{ij} \quad (i \in BI) \\ \underline{y}_{rj} \leq y_{rj} \leq \bar{y}_{rj} \quad (i \in BO) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن \underline{x}_{ij} و \underline{y}_{rj} کران‌های پایین و \bar{x}_{ij} و \bar{y}_{rj} کران‌های بالا هستند و BI و BO به ترتیب در بردارنده اندیس داده‌های کراندار برای ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند. مقادیر کران‌های بالا و پایین در داده‌های کراندار معلوم و نامنفی هستند و مقادیر اصلی ورودی‌ها و خروجی‌ها نامعلوم و در داخل این کران قرار دارند.

- داده‌های ترتیبی ضعیف^{۴۰}

$$\begin{aligned} x_{i1} \leq x_{i2} \leq \dots \leq x_{in} \quad (i \in DI) \\ y_{r1} \leq y_{r2} \leq \dots \leq y_{rm} \quad (i \in DO) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن DI و DO به ترتیب در بردارنده اندیس داده‌های ترتیبی ضعیف برای ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند. در این نوع از داده‌های غیردقیق، فقط اولویت خاصی بین ورودی‌ها یا خروجی‌ها برقرار است و مقدار واقعی داده‌ها معلوم نیست.

- داده‌های کسری کراندار^{۴۱}

$$G_{ij} \leq \frac{x_{ij}}{x_{io}} \leq H_{ij} \quad (4)$$

$$L_{rj} \leq \frac{y_{rj}}{y_{ro}} \leq U_{rj}$$

که در آن H_{ij} و U_{rj} کران‌های بالا و G_{ij} و L_{rj} کران‌های پایین هستند. مقادیر کران‌های بالا و پایین در داده‌های کسری کراندار معلوم و نامنفی هستند و نسبت دو خروجی و یا نسبت دو ورودی نامعلوم و

• داده‌های کسری کراندار: $L_{rj} \leq \frac{Y_{rj}}{Y_{ro}} \leq U_{rj}$ و

$$G_{ij} \leq \frac{X_{ij}}{X_{io}} \leq H_{ij} \quad \text{که } j \neq j_o$$

• داده‌های دقیق: $X_{ij} = v_i \hat{x}_{ij}$ و

$Y_{rj} = u_r \hat{y}_{rj}$ ، که در آن \hat{x}_{ij} و \hat{y}_{rj} داده‌های دقیق هستند.

$$M^* = \text{Min } M$$

s.t.

$$M - d_j \geq 0 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{r=1}^m Y_{rj} - \sum_{i=1}^n X_{ij} + d_j - \beta_j = 0, \quad j=1, \dots, k \quad (V)$$

$$\sum_{j=1}^k d_j = k - 1$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1; \quad d_j \in \{0, 1\}; \quad j=1, \dots, k$$

$$X_{ij} \in \Omega_i^+; \quad Y_{rj} \in \Omega_r^-, \quad \forall i, r, j$$

$$X_{ij} \geq \varepsilon^*; \quad Y_{rj} \geq \varepsilon^*, \quad \forall i, r, j$$

آنها برای تعیین ماکزیمم مقدار ε^* مدل

برنامه‌ریزی خطی (۸) را ارائه کردند:

$$\varepsilon^* = \max \varepsilon$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} \leq 1; \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{r=1}^m Y_{rj} - \sum_{i=1}^n X_{ij} \leq 0; \quad j=1, \dots, k$$

$$X_{ij} \in \Omega_i^-; \quad Y_{rj} \in \Omega_r^+, \quad \forall i, r$$

$$X_{ij} - \varepsilon \geq 0; \quad Y_{rj} - \varepsilon \geq 0; \quad \forall i, j, r$$

طلوع و نالچگیر ادعا کردند که با حل مدل (۷)،

کارترین تأمین‌کننده (یا DMU) به دست می‌آید؛ به

عبارت دیگر، ادعا کردند که در جواب بهینه این مدل

DMU_p کارترین واحد است اگر و تنها اگر در

تأمین‌کنندگان براساس کران بالای کارایی رتبه‌بندی می‌شوند. در سال‌های اخیر مقالاتی برای در نظر گرفتن

کران پایین کارایی نیز (علاوه بر کران بالا) ارائه شده

است که از مهم‌ترین آنها می‌توان به وانگ و همکاران

(۲۰۰۵) و کاو (۲۰۰۶) اشاره کرد. عزیزی (۱۳۹۰)،

از رویکردهای فوق برای انتخاب تأمین‌کننده استفاده

کرده است. درحقیقت برای هر تأمین‌کننده کران بالا و

پایین کارایی با در نظر گرفتن بهترین و بدترین حالت

برای هر تأمین‌کننده (خوش‌بینانه و بدبینانه) محاسبه

شده است. فرق اساسی روش عزیزی (۱۳۹۰) با

روش ارائه‌شده در این مقاله و روش طلوع و نالچگیر

(۲۰۱۱) در این است که در حالت اول تأمین‌کننده‌ها

با در نظر گرفتن کران بالا و پایین کارایی رتبه‌بندی

می‌شوند؛ اما در روش دوم فقط کران بالای کارایی در

نظر گرفته می‌شود. علاوه بر این، ماهیت این مدل‌ها

نیز با یکدیگر متفاوت است. در مدل عزیزی (۱۳۹۰)

برای هر واحد دو برنامه‌ریزی خطی نوشته و حل

می‌شود درحالی‌که در مدل پیشنهادی این مقاله فقط

یک مدل برای همه واحدها نوشته و حل می‌شود تا

بهترین تأمین‌کننده مشخص شود. همچنین مدل

پیشنهادی این مقاله محدودیت‌های وزنی را نیز شامل

می‌شود.

با استفاده از تغییر متغیر (۶)، رابطه (۷) را داریم.

که در آن Ω_i^+ و Ω_r^- تبدیل شده θ_i^+ و θ_r^- تحت

تبدیلات رابطه (۶)، هستند. طبق تغییر متغیر فوق

برای داده‌های دقیق و غیردقیق خواهیم داشت:

• داده‌های بازه‌ای یا کراندار: $v_i \underline{x}_{ij} \leq X_{ij} \leq v_i \bar{x}_{ij}$ و

$$u_r \underline{y}_{rj} \leq Y_{rj} \leq u_r \bar{y}_{rj}$$

• داده‌های ترتیبی: $X_{ij} \leq X_{ik}, \forall j \neq k$ و

$$Y_{rj} \leq Y_{rk}, \forall j \neq k \quad \text{برای بعضی از مقادیر } i \text{ و } r$$

$d_j - \beta_j$ این در حالی است که طلوع و نالیچگر به‌اشتباه متغیر از نوع صفر و یک d_j را میزان انحراف از کارایی DMU_j فرض کرده‌اند.

همچنین با حل این مدل ممکن است چند واحد کارا به دست آید. به‌عنوان نمونه فرض کنید در جواب بهینه این مدل داشته باشیم: $d_j^* = \beta_j^* = 0$ & $d_p^* = \beta_p^* = 1$ در آن صورت واضح است که مدل (۷) هر دوی DMU_p و DMU_j را کارا معرفی می‌کند؛ زیرا در این جواب بهینه امتیاز کارایی DMU_p و DMU_j برابر یک بوده، درحالی‌که امتیاز کارایی بقیه واحدها کمتر و یا مساوی یک است.

گفتنی است در صورتی که در جواب بهینه این مدل داشته باشیم: $d_p^* = 0$ & $\beta_p^* > 0$ ، در این صورت امتیاز کارایی DMU_p بیشتر از یک بوده و امتیاز کارایی بقیه واحدها حداکثر برابر یک است، پس به‌وضوح DMU_p یک واحد کارا خواهد بود.

به عبارتی دیگر DMU_p سوپر-کارا است. با توجه به موارد بیان‌شده، مدل (۷) در حالت کلی قادر به تعیین صحیح کاراترین واحد تصمیم‌گیری نیست و محدودیت‌های وزنی برای اعمال نظرات فرد تصمیم‌گیرنده درباره وزن معیارها را شامل نمی‌شود. در ادامه مدل فوق طوری توسعه داده می‌شود که مشکلات و کاستی‌های گفته‌شده رفع شوند.

۴- مدل پیشنهادی

در مدل‌های کلاسیک DEA، وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها آزادند. انعطاف‌پذیری کامل در انتخاب وزن‌ها ممکن است منجر به این شود که به بعضی از ورودی‌ها و یا خروجی‌ها وزن صفر یا قابل‌چشم‌پوشی تخصیص داده شود، به این معنی که این عوامل در ارزیابی کارایی نادیده گرفته شده‌اند.

جواب بهینه داشته باشیم: $d_p^* = 0$. با توجه به محدودیت $\sum_{j=1}^k d_j = k - 1$ ، واضح است که در جواب بهینه فقط برای یک $p \in \{1, 2, \dots, k\}$ داریم $d_p^* = 0$ و بقیه این متغیرها برابر یک هستند (توجه شود d_j ‌ها متغیرهایی از نوع صفر و یک هستند)؛ بنابراین با توجه به محدودیت‌های $M - d_j \geq 0, \forall j$ جواب بهینه مدل (۷) همواره برابر یک است ($M^* = 1$)؛ به عبارت دیگر، هر جواب شدنی این مدل یک جواب بهینه است و این مدل به‌طور تصادفی یکی از جواب‌های شدنی را به‌عنوان جواب بهینه اختیار می‌کند. در صورتی که این مدل جواب‌های شدنی متفاوت به‌ازای مقادیر مختلف d_j داشته باشد، بسته به نوع نرم‌افزاری که مدل با آن حل می‌شود جواب‌های بهینه مختلفی به دست خواهد آمد و به‌تبع آن این مدل DMU ‌های مختلفی را کاراترین معرفی خواهد کرد. این مورد اصلی‌ترین مشکل مدل (۷) است.

گفتنی است که در روش تحلیل پوششی داده‌ها، DMU_p یک واحد کارا است اگر و تنها اگر وزن‌های مثبت $v^* = (v_1^*, v_2^*, \dots, v_n^*)$ و $u^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_m^*)$ طوری موجود باشد که به‌ازای این وزن‌ها امتیاز کارایی DMU_p از امتیاز کارایی بقیه واحدهای تصمیم‌گیری بیشتر باشد؛ به عبارت دیگر داشته باشیم:

$$\sum_{r=1}^m Y_{rp}^* - \sum_{i=1}^n X_{ip}^* = \sum_{r=1}^m u_r^* y_{rp} - \sum_{i=1}^n v_i^* x_{ip} = 0$$

و

$$\sum_{r=1}^m Y_{rj}^* - \sum_{i=1}^n X_{ij}^* = \sum_{r=1}^m u_r^* y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i^* x_{ij} \leq 0, \forall j \neq p$$

با توجه به این موضوع و با در نظر گرفتن محدودیت‌های نوع سوم مدل (۷)، مشخص است که میزان انحراف از کارایی DMU_j برابر است با

اول (ARI) برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان استفاده می‌کنیم.

همان‌طور که در بخش قبلی بیان شد مهم‌ترین ایراد مدلی که طلوع و نالچیرگ ارائه کردند این است که متغیر از نوع صفر و یک d_j به‌عنوان میزان انحراف از کارایی در نظر گرفته شده است. همچنین فرض شده است که در جواب بهینه، واحد DMU_p کاراترین است اگر و تنها اگر $d_p^* = 0$. در بخش قبلی توضیح داده شد که $d_j - \beta_j$ میزان انحراف از کارایی DMU_j است. با توجه به این موضوع، برای تعیین کاراترین تأمین‌کننده با در نظر گرفتن هم‌زمان محدودیت‌های وزنی و داده‌های غیردقیق مدل (۹) پیشنهاد می‌شود.

Min M_1

s.t.

$$M_1 - (d_j - \beta_j) \geq 0 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0, \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{j=1}^k d_j = k - 1 \quad (9)$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1; \quad d_j \in \{0, 1\} \quad j=1, \dots, k$$

$$x_{ij} \in \theta_i^+; \quad y_{rj} \in \theta_r^-, \quad \forall i, r, j$$

$$\alpha_i^- \leq \frac{v_i}{v_{i-1}} \leq \alpha_i^+, \quad i=2, 3, \dots, n$$

$$\beta_r^- \leq \frac{u_r}{u_{r-1}} \leq \beta_r^+, \quad r=2, 3, \dots, m$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon, \quad \forall i, r$$

با توجه به اینکه $d_j - \beta_j$ میزان انحراف از کارایی است؛ بنابراین مدل (۹) حداکثر مقدار ناکارایی DMU ها را مینیمم می‌کند. گفتنی است که مینیمم‌سازی حداکثر مقادیر $d_j - \beta_j$ ها معادل

همچنین ممکن است به بعضی از ورودی‌ها و یا خروجی‌ها وزن بزرگی تخصیص داده شود که با نظر فرد تصمیم‌گیرنده درباره وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها (معیارها) سازگار نباشد. برای غلبه به این مشکلات، در ادامه استفاده از محدودیت‌های وزنی α_i و β_i در مدل DEA مطرح شده است.

چندین نوع از محدودیت‌های وزنی در DEA ارائه شده است که مهم‌ترین آنها روش ناحیه اطمینان نوع ۱ و ۲ (ARI؛ ARII) و محدودیت‌های وزنی مطلق هستند که در زیر نشان داده شده‌اند:

$$k_i v_i + k_{i+1} v_{i+1} \leq v_{i+2} \quad \text{ناحیه اطمینان نوع ۱}$$

$$\alpha_i \leq \frac{v_i}{v_{i+1}} \leq \beta_i \quad \text{(ARI)}$$

$$\gamma_i v_i \geq u_r \quad \text{ناحیه اطمینان نوع ۲}$$

$$\text{(ARII)}$$

$$\delta_i \leq v_i \leq \tau_i \quad \text{محدودیت‌های وزنی}$$

$$\rho_r \leq u_r \leq \eta_r \quad \text{مطلق}$$

اعداد حقیقی ثابت هستند. $\kappa_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i, \tau_i, \rho_r, \eta_r$ وقتی که محدودیت‌های وزنی مطلق، مستقیماً روی مدل‌های DEA با بازده به مقیاس ثابت تحمیل شوند مدل‌ها ممکن است نشدنی شوند یا نمرات کارایی کمتر تخمین زده شوند. مشکلات مشابهی با استفاده از ARII ظاهر می‌شود که ممکن است تعداد کم کاربردهای تجربی که از مدل‌های DEA با ARII استفاده می‌کند را توجیه کند. در مدل‌های DEA که از ARI استفاده می‌کنند مشکلات گفته‌شده ظاهر نمی‌شود که این دلیلی بر استفاده گسترده از ARI در ارزیابی‌های DEA است (خلیلی و همکاران، ۲۰۱۰).

با توجه به مطالب فوق در مدل پیشنهادی از محدودیت‌های نسبی - ناحیه اطمینان از نوع

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } M \\
 & \text{s.t.} \\
 & M - \beta_j \leq 0 \quad j=1, \dots, k \\
 & \sum_{i=1}^n X_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, k \\
 & \sum_{r=1}^m Y_{rj} - \sum_{i=1}^n X_{ij} + d_j - \beta_j = 0, j=1, \dots, k \\
 & \sum_{j=1}^k d_j = k - 1 \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1; d_j \in \{0,1\} \quad j=1, \dots, k$$

$$X_{ij} \in \Omega_i^+; Y_{rj} \in \Omega_r^-, \forall i, r, j$$

$$\alpha_i^- \leq \frac{v_i}{v_{i-1}} \leq \alpha_i^+, i=2,3, \dots, n$$

$$\beta_r^- \leq \frac{u_r}{u_{r-1}} \leq \beta_r^+, r=2,3, \dots, m$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall i, r$$

در جواب بهینه این مدل فقط برای یک

DMUها داریم $p \in \{1,2, \dots, k\}$ و برای بقیه DMUها

داریم $d_j^* = 1, \forall j \neq p$ ؛ بنابراین با توجه به

محدودیت‌های این مدل برای DMU_p خواهیم داشت:

$$\sum_{r=1}^m Y_{rp}^* - \sum_{i=1}^n X_{ip}^* = \beta_p^* \geq 0$$

و یا

$$\frac{\sum_{r=1}^m Y_{rp}^*}{\sum_{i=1}^n X_{ip}^*} = \frac{\sum_{r=1}^m u_r^* y_{rp}}{\sum_{i=1}^n v_i^* x_{ip}} \geq 1$$

و برای بقیه واحدها داریم:

$$d_j^* = 1 \& 0 \leq \beta_j^* \leq 1, \forall j \neq p \Rightarrow d_j^* - \beta_j^* \geq 0$$

و

$$\sum_{r=1}^m Y_{rj}^* - \sum_{i=1}^n X_{ij}^* \leq 0$$

و یا

$$\sum_{r=1}^m u_r^* y_{rj} / \sum_{i=1}^n v_i^* x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \neq p$$

که نشان می‌دهد DMU_p کاراترین واحد

تصمیم‌گیری با حل این مدل خواهد بود. شایان ذکر

حداکثرکردن حداقل β_j ها است؛ زیرا متغیر d_j از نوع صفر و یک است؛ بنابراین مدل (۹) معادل مدل زیر است.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } M \\
 & \text{s.t.} \\
 & M - \beta_j \leq 0 \quad j=1, \dots, k \\
 & \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, k \\
 & \sum_{r=1}^m u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^n v_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0, j=1, \dots, k \\
 & \sum_{j=1}^k d_j = k - 1 \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1; d_j \in \{0,1\} \quad j=1, \dots, k$$

$$x_{ij} \in \theta_i^+; y_{rj} \in \theta_r^-, \forall i, r, j$$

$$\alpha_i^- \leq \frac{v_i}{v_{i-1}} \leq \alpha_i^+, i=2,3, \dots, n$$

$$\beta_r^- \leq \frac{u_r}{u_{r-1}} \leq \beta_r^+, r=2,3, \dots, m$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon, \forall i, r$$

مدل فوق غیرخطی و غیرمحدب (همانند مدل

(۷)) است که با تغییر متغیر ذکرشده در رابطه (۶)،

به صورت مدل (۱۱) به برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌شود.

که در آن Ω_i^+ و Ω_r^- به ترتیب مجموعه‌های

تبدیل‌شده θ_i^+ و θ_r^- تحت تبدیلات رابطه (۶)

هستند. مقدار ε^* از حل مدل (۸) به دست می‌آید.

Max M

s.t.

$$M - \beta_j \leq 0 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} \leq 1 \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{r=1}^m Y_{rj} - \sum_{i=1}^n X_{ij} + d_j - \beta_j = 0, \quad j=1, \dots, k$$

$$\sum_{j=1}^k d_j = k - 1$$

(۱۲)

$$d_j = 1, \quad \forall j \in T$$

$$0 \leq \beta_j \leq 1; \quad d_j \in \{0, 1\} \quad j=1, \dots, k$$

$$X_{ij} \in \Omega_i^+; \quad Y_{rj} \in \Omega_r^-, \quad \forall i, r, j$$

$$\alpha_i^- \leq \frac{v_i}{v_{i-1}} \leq \alpha_i^+, \quad i=2, 3, \dots, n$$

$$\beta_r^- \leq \frac{u_r}{u_{r-1}} \leq \beta_r^+, \quad r=2, 3, \dots, m$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon, \quad \forall i, r$$

همان‌طور که مشخص است در تکرار اول این الگوریتم کاراترین تأمین‌کننده (DMU) را با حل مدل (۱۲) کنار می‌گذارد تا در صورتی که واحد کارای دیگری موجود باشد به دست آید. به همین ترتیب در تکرارهای بعدی این الگوریتم واحدهای کارای شناخته‌شده کنار گذاشته می‌شوند تا واحدهای کارای دیگر در صورت وجود به دست آیند. با ادامه این الگوریتم تمامی تأمین‌کنندگان کارا شناسایی و رتبه‌بندی می‌شوند. درحقیقت تأمین‌کننده‌ای که در تکرار اول شناسایی می‌شود دارای بالاترین رتبه و تأمین‌کننده‌ای که در آخرین تکرار الگوریتم به دست می‌آید، پایین‌ترین رتبه در بین تمامی تأمین‌کنندگان کارا را دارند. مقدار بهینه تابع هدف در هر مرحله (M^*) فاصله تأمین‌کنندگان (DMUها) کارا را از یکدیگر نشان می‌دهد. تعداد تکرارهای الگوریتم فوق، حداکثر برابر تعداد واحدهای ارزیابی شده است.

است چنانچه $\beta_p^* \geq M^* > 0$ در این صورت DMU_p یک واحد سوپرکارا خواهد بود؛ زیرا در این صورت امتیاز کارایی DMU_p بیشتر از یک و امتیاز کارایی بقیه واحدها کمتر و یا مساوی یک است. در بخش بعدی الگوریتمی برای تعیین و رتبه‌بندی سایر واحدهای کارا ارائه می‌شود.

۴-۱- رتبه‌بندی واحدهای کارا

همان‌طور که اشاره شد مدل (۱۱)، با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق بهترین واحد تأمین‌کننده (DMU) را مشخص می‌کند. با توجه به اینکه ممکن است بیش از یک واحد کارا داشته باشیم در این قسمت الگوریتمی برای تعیین و رتبه‌بندی این واحدها ارائه می‌شود.

مراحل الگوریتم به صورت زیر است:

مرحله ۱: قرار دهید $T = \{p\}$ که در آن اندیس p مربوط به DMU_p است (کاراترین واحد) که از حل مدل (۱۱) به دست می‌آید.

مرحله ۲: برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (۱۲) را حل کنید:

اگر مسئله فوق نشدنی باشد الگوریتم پایان می‌یابد و T مجموعه واحدهای کارا را نشان می‌دهد.

در غیر این صورت فرض کنید: $d_b^* = 0$.

مرحله ۳: قرار دهید $T = T \cup \{b\}$ و به مرحله ۲ بروید.

با استفاده از تغییر متغیر گفته‌شده در رابطه (۶)،
 θ_1^+ ، θ_2^+ و θ_1^- به ترتیب به صورت زیر تبدیل
 می‌شوند:

$$\Omega_1^+ = \{X_{11} = 253v_1; X_{12} = 268v_1; \dots; X_{1,18} = 216v_1\}$$

$$\Omega_2^+ = \{X_{1,18} \geq X_{2,16} \geq \dots \geq X_{2,17}\}$$

$$\Omega_1^- = \left\{ \begin{array}{l} 50u_1 \leq Y_{11} \leq 65u_1; 60u_1 \leq Y_{12} \leq 70u_1 \\ \vdots; \dots; 90u_1 \leq Y_{1,18} \leq 150u_1 \end{array} \right\}$$

با حل مدل (۸) برای داده‌های جدول (۱) داریم:
 $\varepsilon^* = 0.1972$. طلوع و نالچگیر با در نظر گرفتن این
 مقدار و حل مدل (۷) ادعا کردند که تأمین‌کننده
 شماره ۴ کاراترین (بهترین) تأمین‌کننده است
 با $(d_4^* = 0, d_j^* = 1, \forall j \neq 4)$. اگر مدل (۷) با
 نرم‌افزارهای مختلف و یا با نقطه‌های گوشه‌ای
 آغازین دیگری حل شود، جواب دیگری به دست
 خواهد آمد؛ زیرا این مدل جواب‌های شدنی متفاوتی
 به ازای مقادیر مختلف d_j ها دارد و تأمین‌کننده شماره
 ۴ صرفاً یک تأمین‌کننده کارا است و لزوماً کاراترین
 نیست. برای پیدا کردن کاراترین تأمین‌کننده، حل مدل
 (۱۱) به منظور مقایسه با مدل طلوع و نالچگیر بدون
 در نظر گرفتن محدودیت‌های وزنی به نتیجه زیر
 می‌انجامد:

$$M^* = 0.4454, d_j^* = \begin{cases} 0 & j = 11 \\ 1 & j \neq 11 \end{cases}$$

جواب بهینه نشان می‌دهد که تأمین‌کننده شماره ۱۱
 کاراترین تأمین‌کننده است. با اضافه کردن محدودیت
 $d_{11} = 1$ به مدل (۱۱) و حل دوباره آن داریم:

$$M^* = 0.3352, d_j^* = \begin{cases} 0 & j = 14 \\ 1 & j \neq 14 \end{cases}$$

کاهش مقدار تابع هدف از ۰,۴۴۵۴ به ۰,۳۳۵۲
 نشان می‌دهد که تأمین‌کننده شماره ۱۱، کاراترین
 تأمین‌کننده بوده، تأمین‌کننده شماره ۱۴ نیز کارا است؛
 ولی در رتبه دوم قرار دارد.

در بخش بعدی کاربرد مدل و الگوریتم ارائه‌شده
 در این بخش با در نظر گرفتن اطلاعات ۱۸ تأمین‌کننده
 (به همراه داده‌های دقیق و غیردقیق) نشان داده
 می‌شود.

۵- مثال عددی

داده‌ها و اطلاعات استفاده‌شده در این مثال از مقاله
 تالوری و باکر (۲۰۰۲) گرفته شده است که شامل
 اطلاعات ۱۸ تأمین‌کننده است. این داده‌ها در مقاله
 طلوع و نالچگیر نیز استفاده شده‌اند. برای هر کدام از
 تأمین‌کنندگان دو معیار ورودی و یک معیار خروجی
 در نظر گرفته شده است. ورودی‌ها عبارت‌اند از
 هزینه ارسال کالا^۸ که اطلاعات مربوط به آن دقیق
 است و شهرت تأمین‌کننده^۹ که یک معیار کیفی است
 و اطلاعات مربوط به آن به صورت ترتیبی است.
 تعداد صورت‌حساب‌های دریافتی بدون مشکل نیز
 به عنوان معیار خروجی در نظر گرفته شده است که
 اطلاعات مربوط به آن به صورت غیردقیق و به شکل
 بازه‌ای است. اطلاعات فوق در جدول شماره ۱ آورده
 شده است.

معادلات مربوط به ورودی‌ها و خروجی
 به صورت زیر است:

- هزینه ارسال کالا (داده‌های دقیق)
- $\theta_1^+ = \{x_{11} = 253; x_{12} = 268; \dots; x_{1,18} = 216\}$
- شهرت تأمین‌کننده (داده‌های ترتیبی)
- $\theta_2^+ = \{x_{2,18} \geq x_{2,16} \geq \dots \geq x_{2,17}\}$
- تعداد صورت‌حساب‌های بدون مشکل (داده‌های بازه‌ای)

$$\theta_1^- = \left\{ \begin{array}{l} 50 \leq y_{11} \leq 65; 60 \leq y_{12} \leq 70 \\ \vdots; \dots; 90 \leq y_{1,18} \leq 150 \end{array} \right\}$$

جدول (۱): اطلاعات ۱۸ تأمین کننده

شماره تأمین کننده	ورودی ها		خروجی
	هزینه ارسال کالا (TC) (X_{1j})	شهرت تأمین کننده (SR) (X_{2j})	
۱	۲۵۳	۵	[۵۰، ۶۵]
۲	۲۶۸	۱۰	[۶۰، ۷۰]
۳	۲۵۹	۳	[۴۰، ۵۰]
۴	۱۸۰	۶	[۱۰۰، ۱۶۰]
۵	۲۵۷	۴	[۴۵، ۵۵]
۶	۲۴۸	۲	[۸۵، ۱۱۵]
۷	۲۷۲	۸	[۷۰، ۹۵]
۸	۳۳۰	۱۱	[۱۰۰، ۱۸۰]
۹	۳۲۷	۹	[۹۰، ۱۲۰]
۱۰	۳۳۰	۷	[۵۰، ۸۰]
۱۱	۳۲۱	۱۶	[۲۵۰، ۳۰۰]
۱۲	۳۲۹	۱۴	[۱۰۰، ۱۵۰]
۱۳	۲۸۱	۱۵	[۸۰، ۱۲۰]
۱۴	۳۰۹	۱۳	[۲۰۰، ۳۵۰]
۱۵	۲۹۱	۱۲	[۴۰، ۵۵]
۱۶	۳۳۴	۱۷	[۷۵، ۸۵]
۱۷	۲۴۹	۱	[۹۰، ۱۸۰]
۱۸	۲۱۶	۱۸	[۹۰، ۱۵۰]

جدول (۲): رتبه بندی تأمین کنندگان کارا بدون

در نظر گرفتن محدودیت های وزنی

شماره تأمین کننده کارا	رتبه	M^*
۱۱	۱	۰/۴۴۵۴
۱۴	۲	۰/۳۳۵۲
۱۷	۳	۰/۲۳۹۹
۴	۴	۰/۲۳۶۶
۸	۵	۰/۱۵۱۲

نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی، برای شناسایی و رتبه بندی سایر تأمین کنندگان کارا در جدول ۲ خلاصه شده است. همان طور که مشخص است تأمین کننده شماره ۴ یک تأمین کننده کارا است که در رتبه ۴ قرار گرفته است؛ این در حالی است که مدل طلوع و نالچیکر آن را به اشتباه به عنوان کارا ترین تأمین کننده معرفی کرده است.

حال فرض کنید نظر فرد تصمیم گیرنده (یا تیم خرید) درباره وزن معیارها به صورت زیر باشد:

$$1.5 \leq \frac{v_1}{v_2} \leq 2.5$$

که در آن v_1 ، v_2 به ترتیب وزن (اهمیت) هزینه ارسال کالا و شهرت تأمین کننده هستند.

رابطه فوق به این معنی است که اهمیت هزینه نسبت به شهرت تأمین کننده حداقل به اندازه ۱/۵ و حداکثر به اندازه ۲/۵ برابر است. حال با حل مدل (۱۱) و الگوریتم ارائه شده نتایج به دست می آید.

مقایسه جدول (۲) با جدول (۳) نشان می دهد که با اعمال محدودیت های وزنی تأمین کننده شماره ۸ ناکارا شده است؛ این در حالی است که این تأمین کننده بدون در نظر گرفتن محدودیت های وزنی، کارا است. در حقیقت با اعمال محدودیت های وزنی از وزن های نامتعارف جلوگیری می شود. همچنین رتبه تأمین کنندگان کارا نیز عوض شده است. با اعمال محدودیت های وزنی تأمین کننده شماره ۱۷ کارا ترین تأمین کننده است؛ در حالی که بدون محدودیت های وزنی تأمین کننده شماره ۱۱ کارا ترین تأمین کننده است.

جدول (۳): رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان کارا با در نظر گرفتن

محدودیت‌های وزنی

شماره تأمین‌کننده کارا	رتبه	M^*
۱۷	۱	۰/۴۰۲۱
۱۱	۲	۰/۳۱۶۳
۱۴	۳	۰/۲۲۱۹
۴	۴	۰/۱۱۳۲

۶- نتیجه‌گیری و مطالعات آتی

تأمین‌کنندگان نقش مهمی در ایجاد یک زنجیره تأمین کارا ایفا می‌کنند؛ بنابراین ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان مناسب یکی از موضوعات اصلی و کلیدی در فرایند مدیریت زنجیره تأمین یک سازمان است و در اکثر سازمان‌ها، بخش مهمی در زنجیره تأمین به حساب می‌آید. برای همین منظور، تاکنون مدل‌ها و روش‌هایی بسیار زیادی در این خصوص ارائه شده است. مرور ادبیات موضوع نشان می‌دهد که مدل DEA، به‌طور گسترده برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان استفاده شده است؛ اما در این مدل‌ها به بحث داده‌های غیردقیق کمتر توجه شده است؛ این در حالی است که در دنیای واقعی داده‌ها و اطلاعات مربوط به معیارهای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان به‌صورت دقیق در دست نیست و داده‌ها بیشتر غیردقیق هستند. همچنین محدودیت‌های وزنی در جهت جلوگیری از وزن‌های صفر و یا خیلی بزرگ در جواب بهینه مدل DEA، کمتر در مورد انتخاب تأمین‌کننده مد نظر قرار گرفته است.

در این مقاله مدل طلوع و نالچیرگر (۲۰۱۱) برای ارزیابی و انتخاب کاراترین (بهترین) تأمین‌کننده با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق در DEA ارائه شده بود بررسی کامل شد و نشان داده شد که این مدل لزوماً قادر به تعیین بهترین تأمین‌کننده نیست و صرفاً

یک تأمین‌کننده کارا را (به‌طور تصادفی) به‌عنوان کاراترین معرفی می‌کند. همچنین نشان داده شد که این مدل ممکن است بیش از یک تأمین‌کننده کارا را به‌عنوان کاراترین مشخص کند. در ادامه، این مقاله برای رفع مشکلات گفته‌شده و توسعه آن، مدل اصلاح‌شده‌ای ارائه شد و نشان داده شد که این مدل قادر است کاراترین تأمین‌کننده را فقط با حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح تعیین کند؛ علاوه بر این، برای شناسایی و رتبه‌بندی سایر تأمین‌کنندگان کارا، الگوریتم جدیدی ارائه شد.

مدل ارائه‌شده در این مقاله شاخصه‌های بیشتری را برای ارزیابی و انتخاب تأمین‌کنندگان شامل می‌شود که از جمله مهم‌ترین آنها می‌توان به در نظر گرفتن هم‌زمان داده‌های دقیق، غیردقیق و محدودیت‌های وزنی اشاره کرد. همچنین این مدل کاراترین تأمین‌کننده را فقط با حل یک مسئله برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح پیدا می‌کند.

مدل ارائه‌شده در این مقاله برای ارزیابی و انتخاب بهترین تأمین‌کننده از بین ۱۸ تأمین‌کننده استفاده شد. علاوه بر بحث تئوری، با ارائه مثال نیز مشکلات مدل طلوع و نالچیرگر نشان داده شد. همچنین با اعمال محدودیت‌های وزنی نشان داده شد که با در نظر گرفتن این وزن‌ها ممکن است یک واحد کارا، ناکارا شود و یا رتبه واحدهای کارا تغییر یابد.

این مدل می‌تواند در سایر زمینه‌ها از جمله انتخاب کاراترین شعب بانک، تعیین کاراترین پروژه برای سرمایه‌گذاری و... استفاده شود.

منابع

- Chen, X., M. Skully, and K. Brown. (2005). "Banking efficiency in China: Application of DEA to pre- and post-deregulation eras: 1993–2000". *China Economic Review*, 16, 229–245.
- Charnes, A., W.W. Cooper, and E. Rhodes. (1978). "Measuring the efficiency of Decision Making Units". *European Journal of Operation Research*, 2(6), 429–444.
- Cooper, W.W., K.S. Park, and G. Yu. (1999). "IDEA and AR-IDEA: models for dealing with imprecise data in DEA". *Management Science*, 45, 597–607.
- Ertay, T., D. Ruan, and U.R. Tuzkaya. (2006). "Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems". *Information Sciences*, 176, 237–262.
- Farrell, M. (1957). "The Measurement of Productive Efficiency". *Journal of the Royal Statistical Society*, 120A (3), 253–281.
- Farzipoor Saen, R. (2007). "Suppliers selection in the presence of both cardinal and ordinal data". *European Journal of Operational Research*, 183, 741–747.
- Gencer, C., D. Gurpinar. (2007). "Analytic network process in supplier selection: A case study in an electronic firm". *Applied Mathematical Modelling*, 31, 2475–2486.
- Ghodsypour S.H., C. O'Brien. (1998). "A decision support system for supplier selection using an integrated analytic hierarchy process and linear programming". *International Journal of Production Economics*, 199–212.
- Ghodsypour, S.H., C.O. O'Brien. (2001). "The total cost of logistics in supplier selection, under conditions of multiple sourcing, multiple criteria and capacity constraint". *International Journal of Production Economics*, 15-27.
- Johnes, J. (2006). "Measuring teaching efficiency in higher education: An application of data envelopment analysis to economics graduates from UK Universities 1993". *European Journal of Operational Research*, 174: 443–456.
- Ha, S.H., R. Krishnan. (2008). "A hybrid approach to supplier selection for the maintenance of a competitive supply chain". *Expert Systems with Applications*, 34, 1303–1311.
- Ho, W., X. Xu, and P. K. Dey. (2010). "Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection: A literature review". *European Journal of Operational Research*, 202: 16–24.
- Kao, C. (2006). "Interval efficiency measures in data envelopment analysis with imprecise data". *European Journal of Operational Research*, 174, 1087–1099.
- Kawtummachai, R., N. Van Hop. (2005). "Order allocation in a multiple-supplier environment". *International Journal of Production Economics*, 93-94, 231–238.
- Khalili M., Camanho, A.S., Portela, M.C.A.S., Alirezaee, M.R. (2010). "The measurement of relative efficiency
- ابراهیمی، بهلول، نجف‌پور، رامین، فلاحی، حسن. (۱۳۸۹). "ارزیابی و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان با در نظر گرفتن تعداد آنها در شرایط واقعی". هفتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع.
- ابراهیمی، بهلول، ابراهیمی، اکبر. (۱۳۹۱). "الگوریتمی کارا با استفاده از DEA و AHP برای ارزیابی و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان صنایع با فناوری بالا". پنجمین کنفرانس بین‌المللی انجمن ایرانی تحقیق در عملیات.
- عزیزی، حسین. (۱۳۹۱). "یک رویکرد جدید برای انتخاب تأمین‌کنندگان در حضور داده‌های غیردقیق: DEA با مرزهای دوگانه"، پژوهش‌های مدیریت در ایران، دوره ۱۶، شماره ۲، ص ۱۵۰–۱۲۹.
- کرباسیان، مهدی. و همکاران (۱۳۹۰). "کاربرد مدل (ISM) جهت سطح‌بندی شاخص‌های انتخاب تأمین‌کنندگان چابک و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان با استفاده از روش TOPSIS-AHP فازی"، مجله علمی - پژوهشی مدیریت تولید و عملیات، سال دوم، شماره دوم، صص: ۲۲–۱۰۷.
- قیدر خلجانی، جعفر. (۱۳۸۶). ارائه یک مدل کمی برای انتخاب تأمین‌کننده در زنجیره تأمین یک خریدار و چند تأمین‌کننده. رساله دکتری دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- خلیلی، مسعود. (۱۳۸۸). "محاسبه کارایی نسبی با استفاده از محدودیت‌های وزنی مختلف در تحلیل پوششی داده‌ها". رساله دکتری. دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران.
- Aissaoui, N., M. Haouari, and E. Hassini. (2007). "Supplier selection and order lot sizing modeling: A review". *Computers & Operations Research*, 34, 3516-3540.
- Arikan, F. (2013). "A fuzzy solution approach for multi objective supplier selection". *Expert Systems with Applications*, 40, 947-952.
- Banker, R.D., A. Charnes, and W.W. Cooper. (1984). "Some models for estimating technical and scale inefficiency in data envelopment analysis". *Management Science*, 3, 1078–1092.
- Chai, J., J. Liu, and E. Ngai. (2013). "Application of decision-making techniques in supplier selection: A systematic review of literature". *Expert Systems with Applications*, 40, 3872–3885.

- information technology using data envelopment analysis". *Omega*, 28, 125–141.
- Talluri, S., J. Sarkis. (2002). "A model for performance monitoring of suppliers". *International Journal of Production Research*, 40(16), 4257-4269.
- Talluri, S., R.C. Baker. (2002). "A multi-phase mathematical programming approach for effective supply chain design". *European Journal of Operational Research*, 141 (3), 544-558.
- Toloo, M., S. Nalchigar. (2011). "A new DEA method for supplier selection in presence of both cardinal and ordinal data". *Expert Systems with Applications*, 38: 14726-14731.
- Vokurka R.J., J. Choobineh, and L. Vadi. (1996). "A prototype expert system for the evaluation and selection of potential suppliers". *International Journal of Operations and Production Management*, 16: 106-127.
- Wadhwa, V., R.A. Ravindran. (2007). "Vendor selection in outsourcing". *Computers & Operations Research*, 12,3725–3737.
- Zhu, J. (2003). "Imprecise data envelopment analysis (IDEA): A review and improvement with an application". *European Journal of Operational Research*, 144 (3), 513–529.
- Wang, Y.M., Richard, G., Yang, J.B. (2005). "Interval efficiency assessment using data envelopment analysis". *Fuzzy Sets and Systems*, 153, 347–370.
- using data envelopment analysis with assurance regions that link inputs and outputs". *European Journal of Operational Research*, 203(3),761-770.
- Kilinci, O., S.A. Onal. (2011). "Fuzzy AHP approach for supplier selection in a washing machine company". *Expert Systems with Applications*, 38, 9656–9664.
- Kull, T.J., S. Talluri. (2008). "A supply-risk reduction model using integrated multicriteria decision making". *IEEE Transactions on Engineering Management*, 55(3), 409–419.
- Kumar, M., P. Vrat, and R. Shankar. (2004). "A fuzzy goal programming approach for vendor selection problem in a supply chain". *Computers & Industrial Engineering*, 46, 69–85.
- Kumar, A., V. Jain, and S. Kumar. (2014). "A comprehensive environment friendly approach for supplier selection". *Omega*: 42, 109–123.
- Liu, J., F.Y. Ding, and V. Lall. (2000). "Using Data Envelopment Analysis to compare suppliers for supplier selection and performance improvement". *Supply Chain Management an International Journal*, 5(3), 143-150.
- Mendoza, A., J.A. Ventura. (2008). "An effective method to supplier selection and order quantity allocation". *International Journal of Business and Systems Research*, 2, 1–15.
- Shafer, S.M., T.A. Byrd. (2000). "A framework for measuring the efficiency of organizational investments in

پی نوشت:

- ¹ Aissaoui et al.
- ² Data Envelopment Analysis (DEA)
- ³ Multi-attribute Utility Theory
- ⁴ Chai et al.
- ⁵ Ho et al.
- ⁶ Imprecise
- ⁷ Toloo & Nalchigar
- ⁸ Chen et al.
- ⁹ Johnes
- ¹⁰ Ertay et al
- ¹¹ Shafer & Byrd
- ¹² Vokurka et al
- ¹³ Liu et al.
- ¹⁴ Ghodsypour & O'Brien
- ¹⁵ Single Item
- ¹⁶ Talluri & Sarkis
- ¹⁷ Kumar et al.
- ¹⁸ Fuzzy Goal Programming
- ¹⁹ Kawtummachai & Van
- ²⁰ Wadhwa & Ravindran
- ²¹ Lead time
- ²² Rejects
- ²³ Goal Programming (GP)
- ²⁴ Gencer & Gurpinar
- ²⁵ Cluster

- ²⁶ Ha & Krishnan
- ²⁷ Kull & Talluri
- ²⁸ Mendoza and Ventura,
- ²⁹ Kilincci & Onal
- ³⁰ Wang et al.
- ³¹ Arikan
- ³² On-time delivery
- ³³ Kumar et al.
- ³⁴ Farrell
- ³⁵ Charnes et al.
- ³⁶ Ratio Efficiency
- ³⁷ Copper et al.
- ³⁸ Imprecise DEA
- ³⁹ Bounded Data
- ⁴⁰ Weak ordinal data
- ⁴¹ Bounded data ratio
- ⁴² Binary
- ⁴³ Super-efficient
- ⁴⁴ Weight constraints
- ⁴⁵ Assurance regions type I
- ⁴⁶ Assurance regions type II
- ⁴⁷ Absolute weights restrictions
- ⁴⁸ Total cost of shipments (TC)
- ⁴⁹ Supplier reputation (SR)
- ⁵⁰ Number of bills received from the supplier without errors (NB)