

مدیریت تولید و عملیات، دوره ششم، شماره (۱)، پیاپی (۱۰)، بهار و تابستان ۱۳۹۴

دریافت: ۹۲/۱/۱۵ پذیرش: ۹۳/۴/۹

صص: ۶۱-۷۸

## توسعه یک مدل برنامه‌ریزی تولید چند محصولی، چند پربودی و چند هدفه با پارامترهای فازی

مصطفی غلامرضایی<sup>۱\*</sup>، حسن خادمی زارع<sup>۲</sup>

۱- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، تهران

۲- دانشیار دانشکده صنایع، دانشگاه یزد، یزد

### چکیده

برنامه ریزی تولید یکی از مهمترین وظایف مدیریت تولید و عملیات است و درباره تعیین مقدار بهینه تولید، نیروی کار و سطح موجودی برای هر دوره افق برنامه‌ریزی با در نظر گرفتن مجموعه منابع تولیدی و محدودیت‌ها، تصمیم‌گیری می‌کند. این پژوهش، یک مدل برنامه ریزی تولید چند محصولی و چند هدفه با پارامترهای فازی و ارزش زمانی پول را بر اساس سطح موجودی، سطح نیروی کار، ظرفیت ماشین آلات و فضای انبار معرفی می‌کند. مدل پیشنهادی سعی دارد که سود حاصل از فروش را حداکثر، هزینه نگهداری و سفارش‌های تأخیر شده و هزینه تغییر در سطوح نیروی انسانی را حداقل کند. مطالعه موردی انجام شده در کارخانه آلومینیوم، کارایی مدل پیشنهادی را نسبت به وضع موجود نشان می‌دهد.

**واژگان کلیدی:** برنامه‌ریزی تولید چند محصولی، اهداف چندگانه، پارامترهای فازی، ارزش زمانی پول.

## ۱- مقدمه

مسئله برنامه‌ریزی تولید چندمحصولی و چند دوره‌ای با اهداف چندگانه، یکی از مسائل مهم و در عین حال مشکل در تصمیمات مدیریت تولید است. تصمیمات مدیریت تولید به طور کلی به سه دسته بلند مدت، میان مدت و کوتاه مدت تقسیم می‌شوند (گلدرس و همکاران<sup>۱</sup>، ۱۹۸۱). یکی از مهمترین و بهترین روش‌های کنترل هزینه‌های برنامه‌ریزی تولید، تصمیم‌گیری در مورد تعیین زمان و میزان تولید هر یک از محصولات است؛ زیرا هزینه نگهداری موجودی یکی از هزینه‌های اصلی و مهم در مسائل برنامه‌ریزی تولید است (سیمپسون<sup>۲</sup>، ۲۰۰۱؛ کوناسکاران<sup>۳</sup>، ۱۹۹۳). لذا کنترل میزان موجودی در مسائل برنامه‌ریزی تولید از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. براین اساس، تلفیق سیاست‌های کنترل موجودی و برنامه‌ریزی تولید محصولات در دوره‌های مختلف با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول باعث کاهش هزینه‌های کل سیستم می‌شود (کریمی، ۲۰۰۱؛ لی برد پولوس<sup>۴</sup>، ۲۰۰۳). برنامه‌ریزی تولید در مورد همه سطوح تولیدی، برای هر نوع محصول، برای روبه‌رو شدن با تغییرات و نوسان‌های تقاضا در آینده و همچنین، در مورد نیروی کار، اضافه‌کاری، سفارش‌های تأخیر شده، پیمانکاری و موجودی‌ها سیاست‌گذاری و تصمیم‌گیری می‌کند (جمالیان، ۲۰۰۹). بهترین برنامه‌ریزی تولید، هزینه تولید، موجودی و هزینه تنظیم سطح فعالیت‌ها، برای روبه‌رو شدن با تغییرات تقاضا را متعادل می‌کند. هدف اکثر برنامه‌ریزی‌های تولید، حداکثر کردن سود یا حداقل نمودن هزینه است. این موارد به کمک یک تابع هدف در

برنامه‌ریزی خطی فرمول بندی می‌شود (مولا<sup>۵</sup>، ۲۰۰۶).

هولت و همکاران<sup>۶</sup> (۱۹۹۵) قوانین HMMS را پیشنهاد دادند. محققان نیز مدل‌های بیشماری برای کمک به مسائل برنامه‌ریزی تولید ارائه دادند. مطابق با نظر سد<sup>۷</sup> (۱۹۸۲) تمامی مدل‌های سنتی مسائل برنامه‌ریزی تولید می‌توانند به شش کلاس: ۱- برنامه‌ریزی خطی (LP)؛ ۲- قانون تصمیم‌گیری خطی (LDR)؛ ۳- روش‌های حمل و نقل؛ ۴- روش ضریب مدیریت؛ ۵- قانون جستجوی تصمیم (SDR)؛ ۶- شبیه‌سازی؛ تقسیم بندی شوند. در مسائل برنامه‌ریزی تولید دنیای واقعی، داده‌ها و پارامترهای ورودی مانند: تقاضا، هزینه منابع، ظرفیت ماشین‌آلات و توابع هدف نادقیق و فازی هستند؛ زیرا زمان انجام عملیات توسط ماشین‌آلات مختلف و نیروی کار متفاوت است و برای محاسبه زمان انجام عملیات از متوسط زمان انجام عمل توسط افراد و ماشین‌آلات متفاوت استفاده می‌شود، که این زمان همواره دارای مقداری انحراف نسبت به میانگین است. این عدد متوسط و مقدار انحراف آن در این مقاله به صورت یک عدد فازی مثلثی تعریف شده است. از طرفی، استفاده از محدودیت‌های سخت باعث کاهش انعطاف پذیری و امکان‌سنجی در مسائل عملی می‌شود. روش مناسب برای کاهش این کمبود، استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی با معرفی داده‌های فازی به همراه محدودیت‌های نرم است. بر این اساس، این مقاله به دنبال یک روش حل برای مسائل برنامه‌ریزی تولید چند هدفه با پارامترهای فازی و محدودیت‌های نرم با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول است. ساختار این مقاله در ادامه بدین شرح

و یک مدل برنامه‌ریزی خطی فازی، برای مدل و حل مسائل برنامه‌ریزی تولید میان مدت "یک هدفه" پیشنهاد داد.

تانگ و همکاران<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۰) رویکرد جدیدی برای مدل برنامه‌ریزی تولید میان مدت "چند محصولی با تقاضای فازی" معرفی کردند. هدف از این مدل حداقل کردن هزینه‌های کل شامل هزینه‌های تولید به صورت درجه دوم و هزینه‌های نگهداری موجودی به صورت خطی بود. مسأله برنامه‌ریزی تولید میان مدت چند محصولی با تقاضای فازی به یک مدل برنامه‌ریزی درجه دوم فازی با اهداف مدل و محدودیت‌های فازی مدل شد.

وانگ و همکاران<sup>۱۱</sup> (۲۰۰۱) یک روش برنامه‌ریزی خطی فازی جدید برای حل مسأله برنامه‌ریزی تولید میان مدت دو هدفه پیشنهاد کردند، که در آنجا قیمت محصول، هزینه هر واحد تولید و تقاضای فازی هستند. وانگ و همکاران (۲۰۰۴) یک مدل برنامه‌ریزی خطی سه هدفه با مقدار تابع هدف فازی، برای حل مسأله برنامه‌ریزی تولید میان مدت چند محصولی، توسعه دادند.

جمالیان و همکاران (۲۰۰۸) یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی چند هدفه فازی ترکیبی، با اولویت‌بندی اهداف مختلف برای مسأله برنامه‌ریزی تولید چند محصولی و چند دوره‌ای در یک محیط فازی توسعه دادند.

به طور معمول، مسائل برنامه‌ریزی ریاضی فازی می‌توانند به دو طبقه اصلی تقسیم شوند:

۱- برنامه‌ریزی ریاضی فازی با ابهام و انعطاف‌پذیری در مقدار توابع هدف به دست آمده و

است: بخش دوم به سابقه انجام تحقیق پرداخته؛ در قسمت سوم به طراحی مدل شامل فرضیات، تعریف پارامترها و ساختار مدل اشاره شده است؛ در بخش‌های چهارم و پنجم به ترتیب، روش حل مدل و مطالعه موردی بررسی و در بخش ششم تحلیل حساسیت صورت گرفته و در انتها نتایج بیان شده است.

## ۲- سابقه پژوهش

در طول سالهای گذشته، تحقیقات بسیاری به منظور فرمول‌بندی برنامه‌ریزی تولید در سیستم‌های تولیدی، انجام شده است و مقالات بسیار زیادی در زمینه برنامه‌ریزی تولید چند هدفه وجود دارد. همچنین، رویکردهای مختلفی برای مواجهه با فرم‌های مختلف عدم اطمینان پیشنهاد شده است.

زیمرن<sup>۸</sup> (۱۹۷۶) نخستین بار از مجموعه‌های فازی در مسائل برنامه‌ریزی خطی استفاده کرد. وی مسائل برنامه‌ریزی خطی را با یک تابع هدف و محدودیت‌های فازی، مطالعه نمود. بر این اساس، روش برنامه‌ریزی خطی فازی برای حل مسائل برنامه‌ریزی تولید توسعه داده شد. او همچنین (۱۹۷۸) برای اولین بار رویکرد برنامه‌ریزی خطی فازی خود را به یک مسأله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه متعارف گسترش داد و فرض کرد که برای هر یک از توابع هدف مسأله، تصمیم‌گیرنده یک هدف فازی دارد. همچنین، توابع هدف باید به ناچار کمتر یا برابر با مقدار ارزش انتظاری باشند.

لی<sup>۹</sup> (۱۹۹۰) اجرای مجموعه‌های فازی را برای برنامه‌ریزی تولید میان مدت و روش‌های اندازه‌انباشته در برنامه‌ریزی احتیاجات مواد رسیدگی کرد

- فاکتورهای افزایشی، در هر یک از  $T$  دوره برنامه‌ریزی معلوم است.
- درآمد فروش، هزینه تولید، ظرفیت تولید و زمان تولید یک واحد محصول به صورت متغیرهای نامطمئن و نادقیق هستند.

### ۲-۳ تعریف پارامترها

تعداد محصولات تولیدی	$n$
دوره برنامه‌ریزی	$t$
پیش‌بینی فروش برای $n$ امین محصول در دوره $t$ .	$S_{nt}$
هزینه تولید زمان عادی برای هر واحد از محصول $n$ م.	$\tilde{C}_{Pn}$
هزینه تولید اضافه‌کاری برای هر واحد محصول $n$ م.	$\tilde{C}_{Yn}$
هزینه پیمانکاری برای هر واحد محصول $n$ م.	$C_{O_n}$
هزینه نگهداری موجودی برای هر واحد محصول $n$ م.	$C_{I_n}$
هزینه سفارش تأخیر شده برای هر واحد محصول $n$ م.	$C_{B_n}$
هزینه استخدام هر نفر نیروی انسانی.	$C_H$
هزینه اخراج هر نفر نیروی انسانی.	$C_L$
درآمد حاصل از فروش برای هر واحد محصول $n$ م.	$\tilde{r}_n$
فاکتور افزایشی برای هزینه تولید در زمان عادی (%).	$i_p$
فاکتور افزایشی برای هزینه تولید در زمان اضافه‌کاری (%).	$i_y$
فاکتور افزایشی برای هزینه پیمانکاری (%).	$i_o$

محدودیت‌ها، که برنامه‌ریزی انعطاف‌پذیر نامیده می‌شود.

۲- برنامه‌ریزی ریاضی با ضرایب مبهم در توابع هدف و محدودیت‌ها که برنامه‌ریزی احتمال نامیده می‌شود (ترابی، ۲۰۰۸).

با توجه به این که در مقالات مورد بررسی، ترکیب همزمان پارامترهای فازی و محدودیت‌های نرم (انعطاف‌پذیر) وجود ندارد، در این مقاله به دنبال توسعه یک مدل برنامه‌ریزی تولید چند محصولی و چند هدفه با ترکیبی از هر دو برنامه‌ریزی فازی ذکر شده هستیم؛ به طوری که مقادیر زمان انجام عملیات توسط ماشین‌آلات و تقاضای تولید به صورت اعداد فازی در نظر گرفته شده است و بر اثر این عمل ظرفیت تولید در سمت راست، هزینه تولید و درآمد حاصل از فروش در توابع هدف به صورت فازی ایجاد شده‌اند.

### ۳- طراحی مدل

#### ۱-۳ پیش‌فرض‌های مسأله

پیش‌فرض‌های عمده‌ای که در این مدل در نظر گرفته شده‌اند، به شرح ذیل هستند:

● شرکت  $N$  محصول متنوع را در طول افق برنامه‌ریزی  $T$  تولید می‌کند.

● سطح موجودی، نیروی کار، ظرفیت ماشین‌آلات و فضای انبار از ماکزیمم سطح مجاز نمی‌تواند تجاوز کند.

● فروش در یک دوره می‌تواند به صورت سفارش تأخیر شده باشد، اما این سفارش تأخیر شده باید در دوره بعد تأمین شود.

فاکتور افزایشی برای هزینه نگهداری موجودی(%)	$i_i$	$S_{nt} \min$	حداقل میزان فروش، برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .
فاکتور افزایشی برای هزینه سفارش تأخیر شده(%)	$i_b$	$I_{nt}$	سطح موجودی برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .
فاکتور افزایشی برای درآمد حاصل از فروش(%)	$i_r$	$B_{nt}$	مقدار سفارش تأخیر شده برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .
ساعت به‌کارگیری ماشین برای تولید هر واحد محصول $n$ ام.	$\tilde{b}_n$	$P_{nt}$	میزان تولید در زمان عادی برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .
ساعت کاری نیروی انسانی برای تولید هر واحد محصول $n$ ام.	$a_n$	$Y_{nt}$	میزان تولید در زمان اضافه کاری برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .
ظرفیت ماشین در زمان عادی در دوره $t$ .	$\tilde{M}_t$	$O_{nt}$	میزان پیمانکاری برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .
ظرفیت ماشین در زمان اضافه کاری در دوره $t$ .	$\tilde{M}_t$	$H_t$	تعداد نیروی استخدام شده در دوره $t$ .
فضای انبار مورد نیاز برای هر واحد محصول $n$ ام.	$v_n$	$L_t$	تعداد نیروی اخراج شده در دوره $t$ .
حداکثر فضای انبار در دسترس در دوره $t$ .	$V_t \max$	$W_t$	تعداد نیروی کار در دوره $t$ .
حداکثر میزان فروش، برای محصول $n$ ام در دوره $t$ .	$S_{nt} \max$		.

### ۳-۳. ساختار مدل

برنامه‌ریزی تولید سه هدفه با پارامترهای فازی و محدودیت‌های نرم و در نظر گرفتن ارزش زمانی پول به شرح روابط (۵) - (۱) ارائه شده است:

در این قسمت یک مدل برنامه‌ریزی به صورت چند هدفه برای حل مسأله ریزی تولید با بهره‌گیری از مرور ادبیات توسعه داده شده است. بنابراین، مدل :

$$\begin{aligned} \max z_1 = & \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \tilde{r}_n S_{nt} (1 + i_r)^{t-1} \right] \\ & - \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T \left( \tilde{C}_{P_n} P_{nt} (1 + i_p)^{t-1} + \tilde{C}_{Y_n} Y_{nt} (1 + i_y)^{t-1} + C_{O_n} O_{nt} (1 + i_o)^{t-1} \right) \right] \\ & + C_{I_n} I_{nt} (1 + i_i)^{t-1} + C_{B_n} B_{nt} (1 + i_b)^{t-1} \\ & + C_H H_t (1 + i_H)^{t-1} + C_L L_t (1 + i_L)^{t-1} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\min z_2 = \sum_{t=1}^T (C_{I_n} I_{nt}(1+i_i)^{t-1} + C_{B_n} B_{nt}(1+i_b)^{t-1}) \quad (2)$$

$$\min z_3 = \sum_{t=1}^T (C_H H_t(1+i_{H_t})^{t-1} - C_L L_t(1+i_{L_t})^{t-1}) \quad (3)$$

$$I_{nt-1} - B_{nt-1} + P_{nt} + Y_{nt} + O_{nt} - I_{nt} + B_{nt} \cong S_{nt} \quad (4)$$

$$S_{nt} = \tilde{D}_{nt} \quad (5)$$

$$P_{nt} + Y_{nt} + O_{nt} \geq B_{nt-1} \quad (6)$$

$$B_{nt} I_{nt} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{n=1}^N \tilde{b}_n(P_{nt}) \lesssim \tilde{M}_t \quad (8)$$

$$\sum_{n=1}^N \tilde{b}_n(Y_{nt}) \lesssim \tilde{M}_t \quad (9)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n(P_{nt}) \leq \delta W_t \quad (10)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n(Y_{nt}) \leq \theta W_t \quad (11)$$

$$\sum_{n=1}^N v_n I_{nt} \leq V_t \max \quad (12)$$

$$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t \quad (13)$$

$$H_t L_t = 0 \quad (14)$$

$$P_{nt}, Y_{nt}, I_{nt}, B_{nt}, S_{nt}, H_t, L_t \geq 0 \quad (15)$$

هدف (۳) برای کمینه کردن هزینه تغییر در سطوح نیروی انسانی استفاده می‌شود. محدودیت چهار نشان می‌دهد که جمع سطح موجودی، تولید در زمان عادی، تولید در زمان اضافه کاری، پیمانکاری و سطح سفارش تأخیر شده، باید با میزان فروش برابر باشد. در این محدودیت معادله به صورت فازی است. محدودیت پنج نشان می‌دهد که میزان فروش در دوره T با میزان تقاضای بازار برابر است. در این معادله، تقاضا به صورت متغیر فازی است. محدودیت ۶ نشان می‌دهد که سفارش‌های تأخیر شده باید در دوره بعد تامین شوند. محدودیت ۷

تابع هدف (۱) برای حداکثر نمودن سود حاصل از فروش استفاده می‌شود. هزینه‌های تولید شامل پنج عنصر زمان تولید عادی، زمان تولید اضافه کاری، پیمانکاری، سفارش تأخیر شده و نگهداری موجودی است. درآمد حاصل از فروش و هزینه تولید (عادی/اضافه کاری) به صورت فازی هستند و فاکتورهای افزایشی نیز برای درآمد حاصل از فروش و هر نوع از هزینه‌ها در نظر گرفته شده است. تابع هدف (۲) برای کمینه کردن هزینه‌های نگهداری و سفارش‌های تأخیر شده استفاده می‌شود. فاکتورهای افزایشی نیز برای آنها در نظر گرفته شده است. تابع

#### ۴- حل مدل

در حالت کلی، مسأله برنامه‌ریزی فازی ابتدا باید به یک مسأله معادل قطعی تبدیل شود و سپس با روش‌های استاندارد حل شده و جواب بهینه آن به دست می‌آید. در نتیجه، جواب نهایی مسأله قطعی خواهد بود که با توجه به ساختار فازی مسأله به دست آمده است. در این تحقیق، روش جدیدی برای حل مسأله برنامه‌ریزی تولید چند هدفه پیشنهاد شده است. رویکرد پیشنهاد شده چارچوبی سیستماتیک برای کمک به فرایند تصمیم‌گیری فراهم می‌کند. یک تصمیم‌گیرنده می‌تواند ابتدا سیستم را با استفاده از اطلاعات اولیه مدل کند و در مدت حل مسأله، تصمیم‌گیرنده متوجه می‌شود که چه اطلاعاتی باید کسب کند و چگونه می‌تواند سیستم را بهبود دهد. گام‌های حل مدل ارائه شده به شرح ذیل است:

##### گام ۱- فرمول‌بندی مسأله برنامه‌ریزی تولید

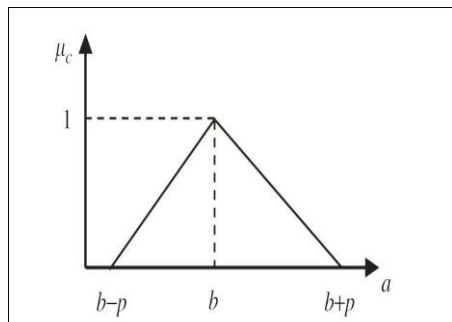
با استفاده از داده‌های فازی و ارزش زمانی پول، که در معادلات (۱) تا (۱۵) نشان داده شده است.

##### گام ۲- تعریف مجموعه اعداد فازی.

تعریف توابع عضویت داده‌های فازی سخت است و تا حد زیادی به دستیابی اطلاعات بازار بستگی دارد (رول فنگر<sup>۱۲</sup>، ۱۹۹۶). معمول‌ترین روش برای ساخت توابع عضویت، استفاده از فرم خطی است (زیمرن، ۱۹۷۷). به دلیل کارایی محاسباتی و سادگی در استفاده داده‌ها، فواصل مثلثی معمولی‌ترین ابزار برای مدل‌سازی با پارامترهای فازی است. بنابراین، در این تحقیق فرض می‌شود که پارامترهای فازی دارای فواصل مثلثی هستند. شکل (۱) یک توزیع امکان مثلثی با پارامترهای

نشان می‌دهد که در یک دوره نباید سفارش تأخیر شده و موجودی در دسترس با هم رخ دهند. محدودیت ۸ نشان می‌دهد که مدت زمان کار با ماشین در زمان عادی در هر دوره، نباید از ظرفیت ماشین در دسترس در آن دوره تجاوز کند. در این محدودیت پارامتر مدت زمان کار با ماشین و ظرفیت ماشین به صورت فازی هستند و اختلاف کمی با تلورانس مجاز است. محدودیت ۹ نشان می‌دهد که مدت زمان کار با ماشین در زمان اضافه کاری در هر دوره نباید از ظرفیت ماشین در دسترس در آن دوره تجاوز کند. در این محدودیت پارامتر مدت زمان کار با ماشین و ظرفیت ماشین به صورت فازی هستند و اختلاف کمی با تلورانس مجاز است. محدودیت ۱۰ نشان می‌دهد که ساعات کار نیروی انسانی در زمان عادی در هر دوره نباید از ظرفیت ساعت کار نیروی در دسترس در آن دوره تجاوز کند. محدودیت ۱۱ نشان می‌دهد که ساعات کار نیروی انسانی در زمان اضافه کاری در هر دوره نباید از ظرفیت ساعت کار نیروی انسانی در دسترس در آن دوره تجاوز کند. محدودیت ۱۲ نشان می‌دهد که میزان محصولات انبار شده نباید از ماکزیمم ظرفیت انبار تجاوز کند. محدودیت ۱۳ نشان می‌دهد که تعداد نیروی کار در دوره  $t$  با تعداد نیروی کار در دوره  $t-1$  به علاوه تعداد نیروی استخدام شده، منهای نیروی کار اخراج شده برابر است. محدودیت ۱۴ نشان می‌دهد که در یک دوره نباید نیروی استخدام شده و نیروی اخراج شده با هم رخ دهند و در پایان محدودیت ۱۵ غیر منفی بودن متغیرها را نشان می‌دهد.

عضویت این کار را انجام داد؛ برای مثال، در شکل (۲) یک نوع تابع عضویت برای معادله  $a \cong b$  با تلورانس  $p$  نشان داده شده است.



شکل (۲): یک تابع عضویت برای معادله  $a \cong b$  با تلورانس  $p$ .

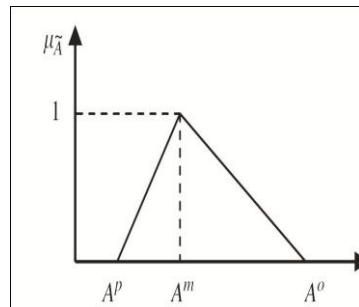
فرض کنید  $\alpha = \min \mu_c(v)$  برای کاهش سطح پذیرش تامین این محدودیت ها، برای به دست آوردن حل شدنی  $V$  است، که  $\mu_c(v) \geq \alpha; \forall c$  است (لایبی<sup>۱۳</sup>، ۱۹۹۴). بنابراین، می توان معادله (۴) را به وسیله نامعادلات (۱۶) و (۱۷) جایگزین کرد:

$$\begin{aligned} I_{nt-1} - B_{nt-1} + P_{nt} + Y_{nt} \\ + S_{nt} - I_{nt} \\ + B_{nt} \\ \leq S_{nt} \\ + (1 - \alpha)q_{nt}^1 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} I_{nt-1} - B_{nt-1} + P_{nt} + Y_{nt} \\ + S_{nt} - I_{nt} \\ + B_{nt} \\ \geq S_{nt} - (1 - \alpha)q_{nt}^1 \end{aligned} \quad (17)$$

به همین روش، نامعادلات (۸) و (۹) به صورت روابط (۱۸) و (۱۹) ساخته می شوند.

نادقیق  $\tilde{A} = (A^p, A^m, A^o)$  نشان می دهد که  $A^o, A^m, A^p$  به ترتیب خوش بینانه ترین، محتمل ترین و بدبینانه ترین مقادیر از تخمین زده شده به وسیله تصمیم گیرنده است.



شکل (۱) توزیع امکان مثلثی با پارامترهای نادقیق  $\tilde{A} = (A^p, A^m, A^o)$

سایر داده های فازی، به شرح ذیل مدل شده اند:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{nt} &= \{y, \mu_{D_{nt}}(y) | y \in R\}, \tilde{D}_{nt} \\ &= (D_{nt}^p, D_{nt}^m, D_{nt}^o) \quad \forall t, \forall n \\ \tilde{C}_{p_n} &= \{y, \mu_{C_{p_n}}(y) | y \in R\}, \tilde{C}_{p_n} \\ &= (C_{p_n}^p, C_{p_n}^m, C_{p_n}^o) \quad \forall n \\ \tilde{C}_{y_n} &= \{y, \mu_{C_{y_n}}(y) | y \in R\}, \tilde{C}_{y_n} \\ &= (C_{y_n}^p, C_{y_n}^m, C_{y_n}^o) \quad \forall n \\ \tilde{r}_n &= \{y, \mu_{r_n}(y) | y \in R\}, \tilde{r}_n \\ &= (r_n^p, r_n^m, r_n^o) \quad \forall n \\ \tilde{M}_t &= \{y, \mu_{M_t}(y) | y \in R\}, \tilde{M}_t \\ &= (M_t^p, M_t^m, M_t^o) \quad \forall t \\ \tilde{b}_n &= \{y, \mu_{b_n}(y) | y \in R\}, \tilde{b}_n \\ &= (b_n^p, b_n^m, b_n^o) \quad \forall n \end{aligned}$$

گام ۳- تبدیل محدودیت و پارامترهای فازی به محدودیت و پارامترهای قطعی.

در مدل برنامه ریزی خطی بالا، محدودیت ۴، ۸ و ۹ دارای یک معادله/نامعادله مبهم هستند. در مرحله اول برای حل مدل باید این معادلات/نامعادلات را غیر فازی کرد. بنابر این، می توان به وسیله تعریف توابع



$$\sum_{n=1}^N b_{nt,\beta}^m(P_{nt}) \leq M_{t,\beta}^m \quad (22)$$

$$\sum_{n=1}^N b_{nt,\beta}^o(P_{nt}) \leq M_{t,\beta}^o \quad (23)$$

همین رویکرد برای نامعادله (۱۹) به کار برده می‌شود.

شایان ذکر است که در این مسأله همه توزیع‌های مثالی محدودیت‌ها، مقارن فرض شده‌اند. بنابر این، براساس مفهوم  $\alpha$  برش در تئوری مجموعه‌های فازی:

$$\begin{aligned} D_{nt,\beta}^p &= (D_{nt}^m - D_{nt}^p) \times \beta + D_{nt}^p \\ D_{nt,\beta}^m &= D_{nt}^m \\ D_{nt,\beta}^o &= D_{nt}^o - (D_{nt}^o - D_{nt}^m) \times \beta \end{aligned} \quad (24)$$

معمولاً در عمل ارزش  $\beta$  با توجه به تجربه و دانش تصمیم‌گیرنده انتخاب می‌شود. گام ۴- تبدیل ضرایب فازی توابع هدف به ضرایب قطعی:

سد (۱۹۹۵) راه حلی برای حل مسائل چندگانه با پارامترهای فازی ارائه داده است. بر این اساس، پارامترهای فازی توابع هدف به پارامترهای قطعی تبدیل شده و محدودیت‌های (۲۷) - (۲۵) به مسأله اضافه می‌گردند.

$$\begin{aligned} r_n^p + \alpha(r_n^m - r_n^p) &\leq r_n \\ &\leq r_n^o - \alpha(r_n^o - r_n^m) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} C_{pn}^p + \alpha(C_{pn}^m - C_{pn}^p) &\leq C_{pn} \\ &\leq C_{pn}^o - \alpha(C_{pn}^o - C_{pn}^m) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} C_{Yn}^p + \alpha(C_{Yn}^m - C_{Yn}^p) &\leq C_{Yn} \\ &\leq C_{Yn}^o - \alpha(C_{Yn}^o - C_{Yn}^m) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\sum_{n=1}^N \tilde{b}_n(P_{nt}) \leq \tilde{M}_t + (1 - \alpha)q_t^2 \quad (18)$$

$$\sum_{n=1}^N \tilde{b}_n(P_{nt}) \leq \tilde{M}_t + (1 - \alpha)q_t^3 \quad (19)$$

که در این نامعادلات  $q_{nt}^1$ ،  $q_t^2$  و  $q_t^3$  تلرانس مجاز را نشان می‌دهند.

در رابطه با محدودیت (۵) باید پارامتر فازی طرف راست را با پارامترهای قطعی طرف چپ مقایسه کرد. یک رویکرد مؤثر برای تبدیل معادله فازی به قطعی، روش متوسط وزن دهی است (وانگ، ۲۰۰۵؛ ترابی، ۲۰۰۹؛ لیانگ<sup>۱</sup>، ۲۰۰۶) که این رویکرد برای تبدیل معادله فازی به قطعی روشی ساده و تواناست. در این ارتباط به تعیین مینیمم سطح پذیرش احتیاج است، که  $\beta$ ، مینیمم سطح پذیرش برای داده‌های فازی متناظر را نشان می‌دهد. بنابر این، معادله (۵) به وسیله معادله (۲۰) جایگزین می‌شود:

$$\begin{aligned} S_{nt} &= w_1 D_{nt,\beta}^o + w_2 D_{nt,\beta}^m \\ &+ w_3 D_{nt,\beta}^p \end{aligned} \quad (20)$$

در اینجا  $w_1, w_2, w_3$  به ترتیب وزن‌های خوش‌بینانه‌ترین، محتمل‌ترین و بدبینانه‌ترین مقادیر از  $\tilde{D}$  تخمین زده شده به وسیله تصمیم‌گیرنده است. در رابطه با نامعادلات (۱۸) و (۱۹)، باید پارامترهای فازی طرف راست را با پارامترهای قطعی طرف چپ مقایسه کرد. یک رویکرد مؤثر برای بررسی نامعادلات فازی، جایگزینی آنها با سه معادله کمکی است (وانگ، ۲۰۰۵). بر این اساس نامعادله (۱۸) با نامعادلات (۲۳) - (۲۱) جایگزین می‌شود:

$$\sum_{n=1}^N b_{nt,\beta}^p(P_{nt}) \leq M_{t,\beta}^p \quad (21)$$

### گام ۶- فرمول‌بندی مجدد و حل مسأله

براساس نتایج مراحل ۳، ۴ و ۵ می‌توان مسأله برنامه‌ریزی خطی فازی را به یک مسأله قطعی تبدیل کرد. برای حل سیستم بالا، لطفی‌زاده تابع عملکرد حداقل اپراتور را به کار گرفته است. رضایت کل تصمیم‌گیرنده با حل مسأله (۳۴)، توسط تابع چند هدفه رومال فنگر (۱۹۹۶) بیان شده است.

$$\lambda = \min (\mu(Z_1), \mu(Z_2), \mu(Z_3), \mu(A(X)), \mu(M_t) \forall t) \quad (34)$$

در نتیجه:

$$(35)$$

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \text{s.t: } \lambda \leq \mu(Z_1) \\ & \lambda \leq \mu(Z_2) \\ & \lambda \leq \mu(Z_3) \\ & I_{nt-1} - B_{nt-1} + P_{nt} + Y_{nt} + S_{nt} - I_{nt} + B_{nt} \\ & \quad \leq S_{nt} + (1 - \alpha)q_{nt}^1 \\ & I_{nt-1} - B_{nt-1} + P_{nt} + Y_{nt} + S_{nt} - I_{nt} + B_{nt} \\ & \quad \geq S_{nt} - (1 - \alpha)q_{nt}^1 \\ & S_{nt} = w_1 D_{nt,\beta}^p + w_2 D_{nt,\beta}^m + w_3 D_{nt,\beta}^o \\ & B_{nt} I_{nt} = 0 \\ & \sum_{n=1}^N (b_n^m - b_n^p) \times \beta + b_n^p (P_{nt}) \\ & \quad \leq (M_t^m - M_t^p) \times \beta + M_t^p + (1 - \alpha)q_t^2 \\ & \sum_{n=1}^N b_n^m (P_{nt}) \leq M_t^m + (1 - \alpha)q_t^2 \\ & \sum_{n=1}^N b_n^o - (b_n^o - b_n^m) \times \beta (P_{nt}) \\ & \quad \leq M_t^o - (M_t^o - M_t^m) \times \beta + (1 - \alpha)q_t^2 \\ & \sum_{n=1}^N (b_n^m - b_n^p) \times \beta + b_n^p (P_{nt}) \\ & \quad \leq (\hat{M}_t^m - \hat{M}_t^p) \times \beta + \hat{M}_t^p + (1 - \alpha)q_t^3 \\ & \sum_{n=1}^N b_n^m (P_{nt}) \leq \hat{M}_t^m + (1 - \alpha)q_t^3 \end{aligned}$$

بنابر این، مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی، به یک مدل برنامه‌ریزی پارامتریک چند هدفه تبدیل می‌شود.

گام ۵- تعیین رابطه نامعادله و توابع عضویت برای به‌دست آوردن یک راه حل رضایت بخش

زیمرمن (۱۹۷۸) راه حلی برای بیان درجه رضایت تصمیم‌گیرنده برای مسائل چندگانه با اهداف فازی ارائه داده است.

بنابر این، می‌توان توابع عضویت خطی برای هر یک از اهداف به شرح روابط (۳۰) - (۲۸) تعیین کرد:

$$\mu(Z_1) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_1 > Z_1^{PIS}, \\ \frac{Z_1 - Z_1^{NIS}}{Z_1^{PIS} - Z_1^{NIS}} & \text{if } Z_1^{NIS} \leq Z_1 \leq Z_1^{PI} \\ 0 & \text{if } Z_1 < Z_1^{NIS}. \end{cases} \quad (28)$$

$$\mu(Z_2) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_2 < Z_2^{PIS} \\ \frac{Z_2^{NIS} - Z_2}{Z_2^{NIS} - Z_2^{PIS}} & \text{if } Z_2^{PIS} \leq Z_2 \leq Z_2^N \\ 0 & \text{if } Z_2 > Z_2^{NIS} \end{cases} \quad (29)$$

$$\mu(Z_3) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_3 < Z_3^{PIS} \\ \frac{Z_3^{NIS} - Z_3}{Z_3^{NIS} - Z_3^{PIS}} & \text{if } Z_3^{PIS} \leq Z_3 \leq Z_3^N \\ 0 & \text{if } Z_3 > Z_3^{NIS} \end{cases} \quad (30)$$

تصمیم‌گیرنده می‌تواند حل ایده‌آل مثبت (PIS) و حل ایده‌آل منفی (NIS)، را به شرح روابط (۳۳) - (۳۱) محاسبه کند (عبدالواحد<sup>۱۰</sup>، ۲۰۰۶؛ کومار و همکاران<sup>۱۶</sup>، ۲۰۰۶؛ سلیم<sup>۱۷</sup>، ۲۰۰۷)

$$Z_1^{PIS} = \max Z_1, \quad Z_1^{NIS} = \min Z_1 \quad (31)$$

$$Z_2^{PIS} = \min Z_2, \quad Z_2^{NIS} = \max Z_2 \quad (32)$$

$$Z_3^{PIS} = \min Z_3, \quad Z_3^{NIS} = \max Z_3 \quad (33)$$

بر این اساس، مدل برنامه‌ریزی تولید تک هدفه بالا را می‌توان با راحتی با استفاده از نرم افزار LINGO حل نمود.

### گام ۷- اجرا فرایند تصمیم‌گیری

در صورت قابل قبول بودن طرح برنامه‌ریزی، فرایند تصمیم‌گیری به پایان می‌رسد. در غیر این صورت، تصمیم‌گیرنده می‌تواند با تغییر اعداد فازی به وسیله جمع‌آوری اطلاعات بازار یا اصلاح مدل، تا زمان به دست آوردن حل رضایت بخش ادامه دهد.

$$\sum_{n=1}^N b_n^0 - (b_n^0 - b_n^m) \times \beta(P_{nt}) \leq \hat{M}_t^0 - (\hat{M}_t^0 - \hat{M}_t^m) \times \beta + (1 - \alpha)q_t^3$$

$$\sum_{n=1}^N a_n(P_{nt}) \leq \delta W_t$$

$$\sum_{n=1}^N a_n(Y_{nt}) \leq \theta W_t$$

$$\sum_{n=1}^N v_n I_{nt} \leq V_t \max$$

$$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t$$

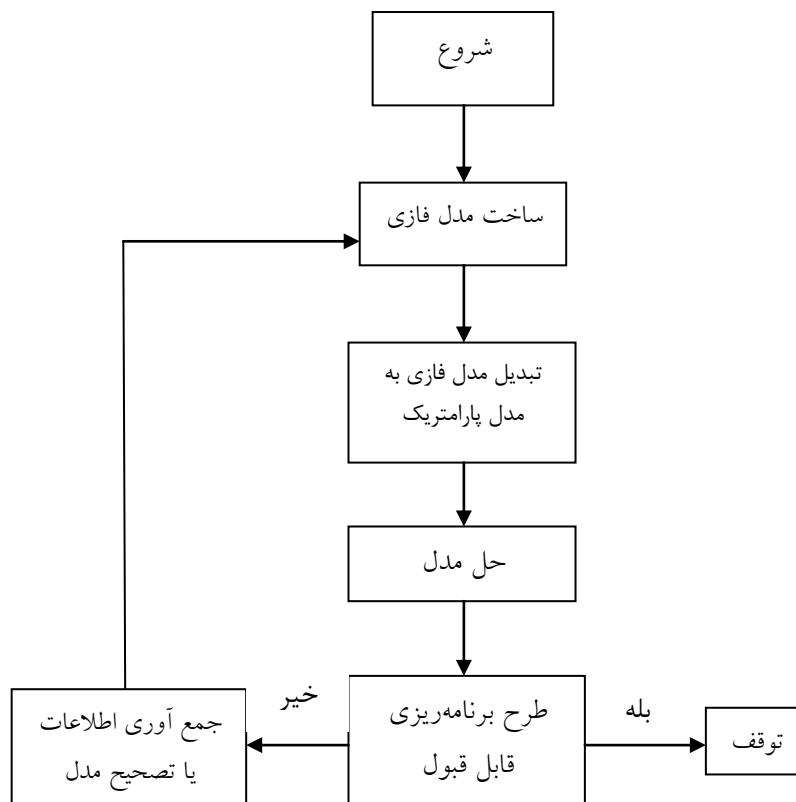
$$H_t L_t = 0$$

$$r_n^p + \alpha(r_n^m - r_n^p) \leq r_n \leq r_n^0 - \alpha(r_n^0 - r_n^m)$$

$$C_{p_n}^p + \alpha(C_{p_n}^m - C_{p_n}^p) \leq C_{p_n} \leq C_{p_n}^0 - \alpha(C_{p_n}^0 - C_{p_n}^m)$$

$$C_{y_n}^p + \alpha(C_{y_n}^m - C_{y_n}^p) \leq C_{y_n} \leq C_{y_n}^0 - \alpha(C_{y_n}^0 - C_{y_n}^m)$$

$$P_{nt}, Y_{nt}, I_{nt}, B_{nt}, S_{nt}, H_t, L_t \geq 0$$



شکل (۲): دیاگرام الگوریتم حل مدل

**۵- مطالعه موردی**

است. بنابر این، موجودی اولیه و سفارش تأخیر شده

در شروع دوره صفر است.

۳- فاکتور افزایشی برای تمامی هزینه‌ها یکسان و برابر با  $\alpha$  در نظر گرفته شده است.

۴- برای این مطالعه موردی  $\alpha$  برابر با  $0/2$  در نظر گرفته شده است.

۵- تعداد نیروی کار اولیه، برابر ۳۵ نفر است.

شکل (۲)، دیاگرام الگوریتم حل مدل را نشان می‌دهد.

**گام ۱ و ۲ - مدل‌سازی داده‌های فازی**

فرمول‌بندی مسأله برنامه‌ریزی تولید چند هدفه با استفاده از معادلات (۱) تا (۱۵).

برای اعتبار سنجی نتایج حاصل از این مقاله از یک مطالعه موردی در شرایط واقعی استفاده شده است. بنابر این، در این بخش امکان به‌کارگیری روش پیشنهاد شده با استفاده از یک مورد صنعتی بررسی می‌شود.

جدول شماره (۱) تا (۴) خلاصه داده‌های جمع‌آوری شده از شرکت را نشان می‌دهد.

همچنین، مطالعه موردی این مقاله دارای وضعیت‌هایی به شرح ذیل است:

۱- سه دوره برنامه ریزی و دو محصول برای تولید در نظر گرفته شده است.

۲- برای سادگی فرض شده است که دوره یک، اولین دوره ای است که تولید محصولات شروع شده

جدول (۱): زمان ماشین، هزینه تولید، درآمد فروش

محصول ۲	محصول ۱	پارامتر
(۰/۵، ۰/۵۵، ۰/۶)	(۰/۶۹، ۰/۷۲، ۰/۷۵)	زمان ماشین (ماشین-دقیقه/واحد)
(۴۴۰۰۰، ۴۵۰۰۰، ۵۰۰۰۰)	(۳۳۰۰۰، ۳۰۰۰۰، ۳۶۰۰۰)	هزینه تولید هر واحد در زمان عادی (ریال/واحد)
(۴۶۰۰۰، ۴۹۰۰۰، ۵۲۰۰۰)	(۳۵۰۰۰، ۳۷۰۰۰، ۴۰۰۰۰)	هزینه تولید هر واحد در اضافه کاری (ریال/واحد)
(۸۰۰۰۰، ۸۱۰۰۰، ۸۵۰۰۰)	(۴۹۰۰۰، ۵۰۰۰۰، ۵۳۰۰۰)	درآمد حاصل از فروش (ریال/واحد)

جدول (۲): هزینه نگهداری، هزینه سفارش‌های تأخیر شده، ساعت کار نیروی انسانی و فضای انبار

محصول ۲	محصول ۱	پارامتر
۷۵۰۰	۵۰۰۰	هزینه نگهداری موجودی (ریال واحد)
۳۰۰۰۰۰	۲۱۵۰۰۰	هزینه سفارش تأخیر شده (ریال/واحد)
۷	۵	ساعت کاری نیروی انسانی مورد نیاز (نفر-دقیقه/واحد)
۱۵	۲۶	فضای انبار (سانتیمتر مربع/واحد)

جدول (۳): فروش، ظرفیت ماشین و حداکثر فضای انبار در دسترس

دوره	$D_{1t}$ (هزار)	$D_{2t}$ (هزار)	$S_{2t \max}$	$V_{t \max}$	$\tilde{M}_t$	$\tilde{M}_t$
۱	(۲۷، ۳۰، ۳۳)	(۱۹، ۲۲، ۲۵)	۲۵۴۰۰	۲۴۰۰۰۰	(۲۲۰۰۰، ۲۸۰۰۰، ۲۵۰۰۰)	(۵۴۰۰، ۹۰۰۰، ۱۲۶۰۰)
۲	(۲۹، ۳۳، ۳۷)	(۲۰، ۲۴، ۲۸)	۲۸۰۰۰	۲۴۰۰۰۰	(۲۲۰۰۰، ۲۸۰۰۰، ۲۵۰۰۰)	(۵۴۰۰، ۹۰۰۰، ۱۲۶۰۰)
۳	(۲۹، ۳۴، ۳۹)	(۲۱، ۲۵، ۲۹)	۲۹۲۳۰	۲۴۰۰۰۰	(۲۲۰۰۰، ۲۸۰۰۰، ۲۵۰۰۰)	(۵۴۰۰، ۹۰۰۰، ۱۲۶۰۰)

جدول (۴): سایر داده‌ها

$\beta$	$\theta$	$\delta$	$C_L$	$C_H$
۰/۵	۲۰۰۰۰	۸۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۲۵۰۰۰

ارتباط نامعادلات و سایر محدودیت‌های فازی نیز به همین روش می‌توانند ساخته شوند.

گام ۴- تبدیل توابع هدف فازی به توابع هدف قطعی: درآمد حاصل از فروش محصول یک در فرم ۲۵ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$49000 + 0/2(50000 - 49000) \leq r_1 \leq 53000 - 0/2(53000 - 50000)$$

سایر پارامترها را نیز می‌توان بر همین اساس به پارامترهای قطعی تبدیل کرد.

گام ۵- تعیین رابطه نامعادله و توابع عضویت برای به دست آوردن یک راه حل رضایت بخش

برای به دست آوردن یک حل رضایت بخش برای تابع هدف سود، باید در ابتدا حل ایده‌آل مثبت و حل ایده‌آل منفی تابع هدف سود را تعیین کرد. بر این اساس، معادلات ۳۱،  $Z_1^{PIS} = 6254304000$  و  $Z_1^{NIS} = 1623248$  به دست می‌آید.

بنابراین، تابع عضویت تابع هدف سود در معادله ۲۸ به شکل زیر تعریف می‌شود:

گام ۳- تبدیل محدودیت و پارامترهای فازی به محدودیت و پارامترهای قطعی

ارتباط نامعادله محصول ۱ در دوره ۱، در فرم‌های (۱۵) و (۱۶) به شرح ذیل بیان می‌شود:

$$P_{11} + Y_{11} + S_{11} - I_{11} + B_{11} \leq S_{nt} + (1 - 0.2)500$$

$$P_{11} + Y_{11} + S_{11} - I_{11} + B_{11} \geq S_{nt} - (1 - 0.2)500$$

در همین حال، محدودیت ظرفیت ماشین در دوره یک در فرم‌های (۲۱) تا (۲۴) به شرح ذیل بیان می‌شود:

$$b_{1,0/5}^p(P_{11}) + b_{2,0/5}^p(P_{21}) \leq M_{1,0/5}^p + (1 - 0/2)0/05$$

$$b_{1,0/5}^m(P_{11}) + b_{2,0/5}^m(P_{21}) \leq M_{1,0/5}^m + (1 - 0/2)0/05$$

$$b_{1,0/5}^o(P_{11}) + b_{2,0/5}^o(P_{21}) \leq M_{1,0/5}^o + (1 - 0/2)0/05$$

به طوری که:

$$b_{1,0/5}^p = (0/72 - 0/69) \times 0/5 + 0/69$$

$$b_{1,0/5}^m = 0/72b_{1,0/5}^o = 0/75 - (0/75 - 0/72) \times 0/5$$

$$\mu(Z_1) = \begin{cases} 1 & \text{if } Z_1 > 62543040 \\ \frac{Z_1 - 1623248}{64166288} & \text{if } 1623248 \leq Z_1 \leq 62543040, \\ 0 & \text{if } Z_1 < 1623248. \end{cases}$$

**گام ۶- فرمول‌بندی مجدد و حل مسأله**

در نهایت، مدل برنامه‌ریزی چند هدفه با پارامترهای فازی و محدودیت‌های نرم براساس مراحل ۳، ۴ و ۵ به یک مدل برنامه‌ریزی تک هدفه قطعی تبدیل و با استفاده از نرم افزار LINGO حل می‌شود. نتایج به‌دست آمده از این مقاله باعث بهبود نتایج نسبت به شرایط واقعی شده است. این بهبود نتایج در جدول (۵) قابل مشاهده است.

معادله بالا نشان می‌دهد که تصمیم‌گیرنده بیشترین درجه رضایت (۱=تابع عضویت) را دارد؛ هرگاه سود به‌دست آمده بیشتر از ۶۲۵۴۳۰۴۰ باشد. به علاوه، سود حاصله نباید کمتر از ۱۶۲۳۲۴۸ باشد. بر همین اساس، می‌توان حل رضایت بخش برای تابع هدف کاهش هزینه نگهداری و سفارش تأخیر شده و تابع هدف کاهش هزینه تغییر را در سطوح نیروی انسانی به‌دست آورد.

جدول (۵): نتایج حاصل از اجرای مدل

پارامتر	دوره ۱	دوره ۲	دوره ۳
محصول ۱			
میزان تولید در زمان عادی	موجود: ۵۱۸۵۱	پیشنهادی: ۱۸۷۶۷	موجود: ۱۶۳۷۹
میزان تولید در اضافه کاری	۰	۹۷۹۶	۷۲۷۶
میزان موجودی/کمبود	۸۰۷۵	۱۳۶۳	۷۵۶۵
محصول ۲			
میزان تولید در زمان عادی	۱۰۹۵۹	۱۹۵۶۰	۱۷۷۹۸
میزان تولید در اضافه کاری	۷۰۴۰	۰	۱۹۴۵
میزان موجودی/کمبود	۱۵۶۱	۰	۱۱۰۷
نیروی انسانی			
تعداد نیروی انسانی	۳۲	۳۵	۳۲
تعداد نیروی انسانی استخدام شده	۰	۲	۰
تعداد نیروی انسانی اخراج شده	۰	۰	۱
مقدار تابع هدف (میلیون واحد پول)	۵۴۶	۶۹۶	۵۰۲۷

## ۶- تحلیل حساسیت

انجام تغییرات در گزینه‌های مختلف و تحلیل حساسیت پارامترهای تصمیم‌گیری که مربوط به شرایط مختلف است، بر پایه داده‌های ابتدایی صورت می‌گیرد. این اجراها به سه سناریوی زیر تقسیم می‌شوند:

### سناریوی ۱: $\alpha$ ، $q$ و $\beta$

در روش حل  $\alpha$  برش برای بهبود حل نهایی مدل برنامه‌ریزی چند هدفه فازی از تنظیم تابع عضویت محدودیت‌های نرم به وسیله تغییر ترانس‌های قابل کنترل برای به دست آوردن بهترین نتیجه و همچنین، رضایت مدیریت تلاش شد. بر این اساس، مینیمم درجه قابل قبول محدودیت‌های نرم ( $\alpha$ ) در مرحله اول ۰,۱ تخمین زده شد و این مقدار مرحله به مرحله تا میزان ۰,۰۱ کاهش پیدا کرد و با روش مشابه میزان  $\alpha$  تا ۰,۵ افزایش داده شد.

بنابراین، مشاهده شد که ناحیه شدنی مسأله با افزایش  $\alpha$  کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، با افزایش میزان  $q$  و  $\beta$  ناحیه شدنی افزایش می‌یابد. مسأله با مقادیر مختلفی از  $\alpha$  و  $\beta$  حل شد تا  $\beta=0,5$  و  $\alpha=0,2$  به عنوان یک درجه قابل قبول برای تصمیم‌گیرنده به دست آمد.

### سناریو ۲: فاکتور افزایشی (i)

به وسیله تغییرات در فاکتور افزایشی (i) برای هر یک از سطوح و شرایط تصمیم‌گیری مثال عددی اولیه، تحلیل حساسیت انجام گرفته است و نتایج اجرای این سناریو نشان داده است که با تغییر فاکتور افزایشی برای هر سطح هزینه، اهداف و مقدار  $\lambda$  دستخوش تغییرات شده‌اند. در عمل افزایش این فاکتورها باعث

افزایش هزینه‌های تولید شده، در حالی که مقدار  $\lambda$  کاهش یافته است.

### سناریو ۳: هزینه‌های تولید

بر حسب داده‌های اولیه مثال عددی، هزینه‌های تولید برای هر واحد محصول تغییر یافته و تحلیل حساسیت انجام شده است و نتایج اجرای این سناریو نشان داده است که تغییرات در هر سطح هزینه باعث تحت تاثیر قرار گرفتن توابع هدف، مقدار  $\lambda$  و دیگر خروجی‌های حل مسأله می‌شود. در نتیجه این موضوع آشکار می‌شود که تصمیم‌گیرنده باید مواد و تولیدات و منابع انسانی را اصلاح کند و بهبود دهد تا به طور کارا و مؤثر هزینه‌های تولیدی کاهش یابد.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی تولید چند محصولی با اهداف چندگانه، پارامترهای فازی و محدودیت‌های نرم ارائه شده است. در این مدل سه تابع هدف شامل حداکثر نمودن سود و حداقل نمودن هزینه نگهداری و سفارش تاخیر شده و هزینه تغییر در سطح نیروی انسانی در نظر گرفته شده است. کلیه پارامترهای درآمد و هزینه به صورت فازی مدل شده‌اند. همچنین، مقادیر تقاضا، فروش، تولید و زمان انجام عملیات نیز به صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته شده‌اند. در نهایت، با استفاده از مجموعه‌های فازی مدل مورد نظر به یک مدل برنامه‌ریزی قطعی تبدیل شده و در پایان با حل مدل برنامه‌ریزی تک هدفه، میزان تولید هر کدام از محصولات تعیین شده‌اند. نتایج حاصل از این مقاله بیانگر جواب‌های بهتر در شرایط واقعی است.

- منابع
- Lieberopoulos.G, Dallery.Y (2003), “comparative modeling of multi production-inventory control policies with lot sizing”. *International Journal of production research*, Vol. 41, No.6, 1273-1298.
- Mula. J , Poler.R (2006), “Models for production planning under uncertainty : a review”, *International journal of Production Economic*, 103, 271-285.
- Rommelfanger (1996), “Fuzzy linear programming and applications”, *Europran journal of operational research*, 92, 512-527.
- Saad. G (1982), “An overview of production planning model, structure classification and empirical assessment”, *International Journal of Production Research*, 20, 105-114.
- Saad.O.M (1995), “Stability on multi objective linear programming problems with fuzzy parameters”, *Fuzzy sets and systems*, 74, 207-215.
- Selim.H, Ozkarahan.I (2007), “A supply chain distribution network design model: an interactive fuzzy goal programming-based solution approach”, *Internat. J. Adv. Manuf. Technol*, in press.
- Simpson.N.C (2001), “Questioning the relative virtues of dynamic Lot sizing Rules”, *computers and OR*, 9, 899-914.
- Tang. J, Wang. D (2000), “fuzzy formulation for multi product APP”, *Production planning and control*, 11, 670-676.
- Torabi. S. A, Hassini. E (2008), “An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning”, *Fuzzy Sets and Systems*, 159, 193-214.
- Torabi. S. A, Hassini. E (2009), “Multi-site production planning integrating procurement and distribution plans in multi-echelon supply chains : an Interactive fuzzy goal programming approach”, *International Journal of Production Research*, 47, 5475-5499.
- Abd El-Wahed.W.F, Lee.S.M(2006), “Interactive fuzzy goal programming for multi objective transportation problems”, *Omega: Internal. J.Manage. Sci*, 34, 158-166.
- Cunasekaran, A. Goyal (1993), “Multi level lot sizing in a Rayon Yarn company: a case study” , *European Journal of Operational Research*, 2, 159-174.
- Gelders, L.F, Wassenhove. L.N (1981), “product planning a review”, *European journal of OR*, 2, 101-110.
- Holt, C, Modiglian (1995), “Lianear decision rule for production and employment scheduling”, *management science*, 2, 1-30.
- Jamalnia.A, Soukhakian.M.A (2009), “A hybrid fuzzy goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning”, *computer & industrial engineering*, 56 , 1474-1486.
- Karimi.B, Fatemi Ghomi.S (2003), “The capucitated lot sizing problem: a review of models and algorithms”, *omega*, 5, 365-378.
- Kumar. M, Vrat.P, Shankar. R (2006), “A fuzzy programming approach for vendor selection problem in a supply chain”, *Internat. J. Prod. Econom*, 101, 273-285.
- Lai. Y, Hwang. C.L (1994), “Fuzzy Multiple Objective Decision Making”, *Methods and Applications*, Springer, Berlin.
- Lee.Y.Y (1990), “Fuzzy set theory approach to aggregate production planning and inventory control”, PhD Dissertation Department of I.E, Kansas State University.
- Liang. T.F (2006), “Integrating production-transportation planning decision with fuzzy multiple goals in supply chains”, *International Journal of Production Research*, 46, 1477-1494.



- Wang. R , Fang. H (2001), “APP with multiple objective in a fuzzy environment”, *European journal of operational research*,133, 521-536.
- Wang. R, Liang. T (2004), “application of fuzzy multi objective linear programming to APP”, *computers and industrial engineering*, 46, 17-41.
- Wang. R, Liang.T (2005), “Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning”, *International Journal of Production Economics*, 98, 328–341.
- Zimmermen. H. J (1976), “Description and optimization of fuzzy sets”, *International Journal of General Systems*, 2, 209-215.
- Zimmermen, H. J (1978), “Fuzzy programming and linear programming with several objective functions”, *Fuzzy Sets and Systems*, 1, 45-55.

#### پی‌نوشت

---

- 1- Geldresetal
- 2- Simpson
- 3- Cunasekaran
- 4- Lieberopoulos
- 5- Mula
- 6- Holt etal
- 7- Saad
- 8- Zimmermen
- 9- Lee
- 10- Tang etal
- 11- Wang etal
- 12- Rommelfanger
- 13- Lai
- 14- Liang
- 15- Abd el wahed
- 16- Kumar etal
- 17- Selim

