

تخصیص بهینه بودجه‌های ارتباط با مشتری با رویکرد بهینه‌سازی استوار با هدف بیشینه‌سازی حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری (CE)

فاطمه اشتیاقی^{۱*}، عیسی نخعی کمال‌آبادی^۲، امیر البدوی^۳

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه تربیت مدرس

۲- استاد، بخش صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

۳- استاد، بخش صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

این پژوهش تلاش می‌کند تا با در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در برآورد برخی پارامترها، به ارائه مدل‌های استوار تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری به فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری می‌پردازد تا حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری را بیشینه نماید. در واقع با در نظر گرفتن شرایط دنیای واقعی که در عمل بی‌ثبات است و به دلیل عدم اطمینان در برآورد برخی پارامترها، رویکرد بهینه‌سازی استوار مطرح می‌گردد؛ سپس با استفاده از رویکرد استوار سناریو محور ملوی، مدل استوار تخصیص بودجه ارایه می‌شود. مقایسه نتایج به دست آمده از به کارگیری مدل‌های قطعی و استوار، نشان دهنده آن است که جواب مدل استوار در همه شرایط پایدار باقی می‌ماند. یافته‌های این پژوهش می‌تواند توسط سازمان‌ها در جهت افزایش سود بلندمدت، بالا بردن نرخ جذب و نگهداری مشتریان، هدفمند نمودن برنامه‌های بازاریابی و نهایتاً افزایش سهم بازار مورد استفاده واقع شود.

واژه‌های کلیدی: تخصیص بودجه‌های بازاریابی، حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری (CE)، جذب مشتری، نگهداری مشتری، بهینه‌سازی استوار.

مقدمه

در جهان رقابتی امروز، سازمان‌ها به منظور نگهداری و بهبود موقعیت خود در بازارها، تمایل به صرف بودجه‌های قابل توجهی برای ایجاد و حفظ ارتباط با مشتریان دارند. نحوه تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری، به فعالیت‌های بازاریابی یعنی جذب و نگهداری مشتریان، یکی از مسایل جدی است که سازمان‌ها و مدیران همواره با آن روبرو هستند.

مدیران به طور فزاینده‌ای بر روابط بلندمدت بین مشتری و سازمان که منبع اصلی سودآوری سازمان محسوب می‌شود، تاکید دارند (بلا تیرگ و دایگتون، ۱۹۹۶؛ لمون و زیسامل، ۲۰۰۴). بین علاقمندی‌های مدیران و پژوهشگران از تمرکز سنتی روی مدیریت محصول به تمرکز روی مدیریت ارتباط با مشتری^۱ (CRM) تفاوت‌هایی وجود دارد، تحقیق روی CE^۲ می‌تواند ابزارهای لازم برای لینک CRM به عملکرد مالی بلندمدت را تامین کند. بر این اساس، حداکثرسازی CE هدف اصلی مدیریت روابط مشتری و سازمان است (برگر و نصر، ۱۹۹۸؛ برگر و همکاران، ۲۰۰۱؛ ونکاتسان و کومار، ۲۰۰۴). مدیریت موثر CE مستلزم درک درست از عوامل و فعل و انفعالات میان آن‌ها جهت حداکثرسازی CE است (دسای و مهاجان، ۱۹۹۸؛ پیفیفر و کاروای، ۲۰۰۰؛ رنارتز و همکاران، ۲۰۰۵). شناسایی اهمیت موضوع CE در تصمیم‌گیری موجب شده، پژوهشگران بر روی CE مطالعات زیادی انجام دهند (برگر و نصر، ۱۹۹۸؛ بلا تیرگ و دایگتون، ۱۹۹۶).

از زمینه‌های مهم پژوهشی در زمینه CE شامل اندازه‌گیری اقتصادی روابط با مشتری، شناسایی

ابزارهای بهتر جهت محاسبه CE (مثل اندازه‌گیری CLV) و شناسایی استراتژی‌هایی که منجر به سودآوری روابط و بیشینه‌سازی CE شود. CE مشتری را به عنوان منبع اصلی نقدینگی شرکت یا سازمان می‌شناسد، در این چارچوب، شرکت یا سازمان علاقه‌مند به بیشینه‌سازی ارزش فعلی خالص از طریق مشتری است که به عنوان معیار مناسبی برای ارزش شرکت در نظر گرفته شده است (گاتپا و همکاران، ۲۰۰۲) بنابراین مدل‌های CE راهنمایی به تخصیص منابع با هدف بیشینه‌سازی ارزش شرکت می‌کنند. پژوهش‌های اولیه در زمینه اندازه‌گیری اقتصادی روابط با مشتری، مدل CLV^۳ را معرفی می‌کند که جریان نقدینگی تنزیل شده مشتری‌های موجود را اندازه‌گیری می‌کند. اخیراً مدل‌های جالب‌تری توسعه داده شده است، برای مثال تخصیص بهینه منابع بین فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری (بلا تیرگ و دایگتون، ۱۹۹۶)، یا اندازه‌گیری ارزش شرکت از طریق روابط جاری و آینده (گاتپا و همکاران، ۲۰۰۲). در نهایت، بیشینه‌سازی CE از طریق بهینه‌سازی هزینه جذب و هزینه نگهداری به مسایل کوچکتر تجزیه می‌شود (بلا تیرگ و همکاران، ۲۰۰۱). حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری (CE) و ارزش دوره عمر مشتری (CLV)، سنجه‌های ارزیابی سرمایه‌گذاری روی مشتریان هستند. از آنجا که مشتریان، تنها منابع درآمدی سازمان محسوب می‌شوند، CE می‌تواند بر آوردکننده سود درازمدت سازمان باشد. هر چند تحقیقات کمی، در خصوص نحوه تخصیص بودجه‌های جذب و نگهداری مشتری به کمک روش‌های متکی بر مدل‌سازی ریاضی انجام شده است، اما این مدل‌های موجود در پیشینه موضوع فرض می‌کنند که همه پارامترهای مدل قطعی هستند (مانند

1 Customer Relationship Management

2 Customer Equity

3 Customer Lifetime Value

برنامه‌ریزی شده که یک شرکت انتظار دارد در طول زمان از مشتری دریافت کند (کارپنتر، ۱۹۹۵) دو نوع از CE توسط پژوهشگران شناسایی شده‌اند که عبارت‌اند از (سینگ، ۲۰۰۳؛ ویلانوا، ۲۰۰۳).

– CE ایستا^۱ (SCE): CE ایستا مجموع CLV های یک گروه خاص از مشتریان را گویند (ویلانوا، ۲۰۰۳). مدل‌هایی که CLV هر فرد در یک گروه را برآورد کرده، می‌تواند برای برآورد SCE گروه استفاده شود. در مقابل، مدل‌های SCE وجود دارد که نمی‌تواند CLV فرد را تخمین بزند، اما "میانگین CLV" را محاسبه می‌کند.

– CE پویا^۲ (DCE): CE پویا عبارت است از مجموع تنزیل شده CE برای گروه‌های مشتریان کنونی و آینده. DCE معیار خوبی برای ارزش شرکت است، زیرا هم روابط کنونی و هم روابط آینده را در نظر می‌گیرد (گوپتا و همکاران، ۲۰۰۴) DCE مشتری را به عنوان منابع تجدیدپذیر در نظر می‌گیرد و از این رو برای شرکت‌هایی که علاقمند به تعادل بلند مدت استراتژی‌های خود هستند، مفید است (راماشان و همکاران، ۲۰۱۳).

اما می‌توان مدل‌های اولیه CLV را مورد نقد قرار داد از این جهت که آنها DCE را بیشینه نمی‌کنند بلکه CLV یک گروه از مشتریان یا گروهی خاص را حداکثر می‌نمایند. از این رو این دسته از مدل‌ها منجر به تصمیم‌های غیربهینه می‌گردند.

CE در بسیاری از سازمان‌ها به عنوان یک مزیت رقابتی و در بسیاری از صنایع به عنوان هدف عمده بازاریابی مطرح است. زمانی که CLV و CE مدیریت شود، سازمان به رشد سود و موفقیت‌های بلند مدت تشویق

مدل پیشنهادی (دنگ و همکاران، ۲۰۰۷) این در حالی است که در دنیای واقعی کمتر برآوردی بدون خطا صورت می‌پذیرد.

در این مقاله رویکرد بهینه‌سازی استوار با در نظر گیری عدم قطعیت در برآورد برخی پارامترهای مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. لذا هدف اصلی این تحقیق " به کارگیری رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مقابله با عدم قطعیت موجود در برآورد پارامترهای مدل‌های تخصیص بودجه با هدف بیشینه‌سازی CE است." در بخش اول این مقاله مروری بر ادبیات حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری و مدل‌های تخصیص بودجه صورت گرفته، در بخش دوم رویکرد بهینه‌سازی استوار مورد بررسی قرار گرفته، در بخش سوم مدلسازی استوار تخصیص منابع و حل مدل ارائه می‌گردد و در بخش پایانی نتایج مورد بحث قرار می‌گیرد.

مبانی حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری

بر اساس پژوهش‌های لمون و همکاران (۲۰۰۱)، CE به صورت " جمع تنزیل شده ارزش دوره عمر مشتری‌های موجود و بالقوه یک سازمان" تعریف می‌شود. مفهوم CE مشتری را به عنوان منبع اصلی نقدینگی حال و آینده سازمان معرفی می‌کند و افزایش ارزش دوره عمر مشتری را به عنوان کلید اهداف استراتژی‌های بازاریابی معرفی می‌کند (ویلانوا و هانسنز، ۲۰۰۷؛ برون و همکاران، ۲۰۰۶؛ لمون و همکاران، ۲۰۰۱).

مفهوم CE به مفهوم CLV بر می‌گردد که عبارتست از " مازاد درآمدهای بودجه‌ای مشتری در طول زمان بر هزینه‌های جذب، فروش و نگهداری مشتری توسط سازمان" (کاتلر و آرمسترانگ، ۱۹۹۵). بنابراین CE عبارت است از ارزش فعلی یا جریان نقدینگی خالص

1 Static Customer Equity

2 Dynamic Customer Equity

است که یک شرکت برای تقویت ارزش مشتریان خود به کار می‌گیرد (اسموا، ۲۰۱۴). رویکرد مشتری محور تشکیل دهنده اساس و پایه CE است. CE حاکی از بخش‌بندی مشتریان و استنتاج عوامل کلیدی CE برای هر بخش است. CE دینامیک و پویا است و در نتیجه عوامل کلیدی CE برای یک شرکت یا صنعت ممکن است در طول زمان تغییر کند. چارچوب CE متمایل به هدایت منابع شرکت برای به حداکثر رساندن تاثیر خود است (لومینگ و آدام، ۲۰۱۳).

تخصیص بودجه بازاریابی با هدف بیشینه‌سازی

CE

سازمان‌ها و شرکت‌ها پس از محاسبه CE، باید به دنبال ماکزیم‌سازی CE باشند تا بتوانند از همه منافی که این سنجه می‌تواند به همراه آورد استفاده کنند (چاوانان و همکاران، ۲۰۱۵). برای راهنمایی جهت تخصیص بودجه بازاریابی بین جذب مشتریان جدید و حفظ مشتریان موجود، مدل‌هایی توسعه داده شده است. با وجود این، پژوهش‌های اندکی در زمینه تخصیص بودجه‌های بازاریابی به کمک مفهوم حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری برداشته شده است و هنوز حیطه وسیعی برای انجام کارهای بیشتر وجود دارد (البدوی و کوشا، ۲۰۱۱).

دیدگاه سازمان وقتی که بر اساس CE باشد سازمان باید بطور موثر جذب مشتری و حفظ مشتری را مدیریت کند (بلابرگ و همکاران، ۲۰۰۱؛ راست و همکاران، ۲۰۰۴؛ ویلانوا و هانسز، ۲۰۰۷).

اگرچه یک سازمان همه تلاش‌هایش را جهت جذب و نگهداری مشتری متمرکز می‌کند، ممکن است ارزش دوره عمر مشتری در کوتاه مدت کاهش یابد، در صورتی که هزینه‌های تخصیص یافته برای این

شده و اطمینان حاصل می‌کند (پیت و همکاران، ۲۰۰۰؛ سلاتر و همکاران، ۲۰۰۹). بر اساس تعدادی از تحقیقات، جذب مشتری و نگهداری مشتری از آیتم‌های مهم و اثرگذار در تولید و خلق CE است. براساس شارما (۲۰۰۶)، در فرآیند انتقال تفکر محصول-محور به تفکر مشتری-محور، CE اغلب به عنوان پایه استراتژی بازاریابی ارایه شده است. سازمان‌ها باید فعالیت‌های بازاریابی را روی حفظ مشتری و نگهداری مشتری و هر آنچه باعث افزایش ارتباط مشتری می‌شود، متمرکز کنند (رست و همکاران، ۲۰۰۴). سازمان‌ها باید فاکتورهایی که بیشترین تاثیر را روی مشتری دارند، شناسایی کرده و فعالیت‌های بازاریابی را در جهت درست هدایت کنند، هرچند مشکل‌ترین کار برای بازاریاب‌ها، شناسایی فاکتورهاست تا مشتریان جدید را جذب و مشتریان فعلی را حفظ کنند (لمون و همکاران، ۲۰۰۱؛ رست و همکاران، ۲۰۰۱؛ هانسز و همکاران، ۲۰۰۸).

عوامل موثر CE

به طور معمول، شرکت‌ها سودآوری یک سازمان را در سودآوری محصول و تولید ارزیابی می‌کنند. چالش کلیدی شرکت‌ها جلب رضایت مشتری است. برای جذب و جلب رضایت مشتریان و برای جلوگیری از حذف مشتریان، اتخاذ یک تمرکز مشتری محور برای شرکت ضروری است. دیدگاه مشتری محور منجر به مفهوم CE می‌شود. CE بر اساس سه عامل اساسی است که عبارتند از حقوق صاحبان سهام از ارزش^۱، حقوق صاحبان سهام از ارزش برند^۲، حقوق صاحبان سهام از ارتباط^۳. هر یک از این عوامل CE، مرکب از اعمالی

1 Value Equity

2 Brand Equity

3 Relationship Equity

اساس مدل آن‌ها پیشنهاد می‌شود که نرخ‌های جذب و نگهداری به ترتیب از طریق روابط ذیل محاسبه شوند:

(۳-۱)

$$a = a_0 + (C_a - a_0) \frac{A^{b_1}}{k_1 + A^{b_1}}$$

(۴-۱)

$$r = r_0 + (C_r - r_0) \frac{R^{b_2}}{k_2 + R^{b_2}}$$

که در رابطه‌های بالا، مقادیر k_2, k_1, b_2, b_1 مقادیر ثابت مثبتی هستند که باید تعیین شوند. پارامترهای حداقل و حداکثرهای نرخ جذب و نرخ نگهداری با پرسش از مدیریت تعیین می‌شود، لذا نگرانی اصلی در مورد عدم قطعیت پارامترهایی است که با قضاوت مدیریت تعیین می‌شود.

بهینه‌سازی استوار

در مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی، معمولاً ما کسیمیم یا مینیمیم یک تابع هدف روی یک مجموعه از متغیرهای تصمیم جستجو می‌شود. در این مسایل فرض می‌شود که داده‌ها دقیقاً شناخته شده و معلوم هستند و از اثر عدم قطعیت داده‌ها و پارامترها، روی بهینگی و شدنی بودن مدل‌ها چشم‌پوشی می‌شود. اما مقدار پارامترها و داده‌های ورودی مسایل بهینه‌سازی همیشه به صورت قطعی و مشخص در دسترس ناست و ممکن است مقدار این پارامترها از مقادیر اسمی فرض شده متفاوت باشد.

در بسیاری از مسایل واقعی بهینه‌سازی عدم قطعیت وجود دارد. در بهینه‌سازی زنجیره عرضه، تقاضای واقعی برای محصولات، نیازمندی‌های واقعی به مواد و منابع دقیقاً مشخص نیستند. در علوم مهندسی نیز داده‌ها

هدف، بیشتر از جریان نقدینگی تولید شده توسط مشتریان باشد (هانسنز و همکاران، ۲۰۰۸).

از چالش‌های مهم در این زمینه مربوط به تخصیص منابع بین فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری است (بلا تیرگ و دایگتون، ۱۹۹۶). به بررسی موضوع تخصیص بهینه منابع به فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری پرداخته‌اند. آن‌ها فعالیت‌های جذب و نگهداری را به عنوان فعالیت‌های مستقل در نظر گرفتند (برگر و همکاران، ۲۰۰۱). مدل بلتیرگ و دایتون (۱۹۹۶) را در مورد تخصیص بودجه بین فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری توسعه دادند (دانگ و همکاران، ۲۰۰۷). مدلی بر پایه تحقیق در عملیات ارائه دادند که اصلاح شده مدل برگر و بچواتی است. مدل استفاده شده در این مقاله مدل دانگ و همکاران (۲۰۰۷) است که به شرح اجمالی این مدل پرداخته می‌شود.

مدل تخصیص بودجه برای مدیریت CE

این مدل توسط دانگ و همکاران (۲۰۰۷) ارائه شده است. این مدل اصلاح شده مدل (برگر و بچواتی، ۲۰۰۱) است. مدل ارائه شده توسط دانگ و دیگران به صورت زیر است:

(۱-۱)

$$\text{Max } CE = am - A + \frac{a}{1+d-r}(mr - R)$$

s.t.

(۲-۱)

$$A + aR \leq B$$

$$A, R \geq 0$$

معادله (۱-۱) تابع هدف و نشان‌دهنده CE است،

معادله (۲-۱) محدودیت بودجه را نشان می‌دهد. بر

در زمینه پایداری تعاریف مختلفی در مورد پاسخ پایدار و چگونگی محاسبه پاسخ‌های پایدار وجود دارد:

ملوی (۱۹۹۵)، بر اساس مدل پیشنهادی خود که ترکیب برنامه‌ریزی آرمانی و توصیف داده‌های مسأله بر مبنای سناریو است، تعریفی برای پاسخ پایدار و مدل پایدار ارائه نموده است. بر اساس تعریف ملوی، اگر پاسخ حاصل از یک مدل بهینه‌سازی برای همه سناریوهای در نظر گرفته شده برای داده‌های ورودی بتواند نزدیک به بهینه باقی بماند این پاسخ پایدار است و در صورتی که مدل بهینه‌سازی نیز برای تمامی داده‌ها، تحت کلیه سناریوهای در نظر گرفته شده تقریباً عملی باشد، مدل پایدار نامیده می‌شود. برتسیماس و سیم^۱ (۲۰۰۴)، راه‌حل پایدار را یک پاسخ نزدیک به بهینه می‌دانند که به منظور حصول اطمینان از موجه ماندن محدودیت‌ها، تحت تغییرات برخی از داده‌های ورودی از بهینگی دور شده است (برتسیماس و سیم، ۲۰۰۴). در این مقاله از رویکرد پیشنهادی ملوی (۱۹۹۵) استفاده می‌شود که به توضیح کامل آن پرداخته می‌شود.

مدل بهینه‌سازی استوار پیشنهادی ملوی

ملوی با بررسی مشکلات موجود در روش‌های کلاسیک ورود عدم قطعیت داده‌ها در مسأله، نیاز به ایجاد مدلی را تشخیص داده که قابلیت تولید پاسخ‌هایی با حساسیت کمتر نسبت به داده‌های مدل در مقایسه با روش‌های کلاسیک را داشته باشد. ملوی، راه‌حل بهینه ارائه شده توسط یک مدل بهینه‌سازی را «پایدار» می‌داند؛ در صورتی که با تغییر داده‌های ورودی «نزدیک» به بهینه باقی بماند. این امر به عنوان پایداری پاسخ در نظر گرفته می‌شود. همچنین، یک راه‌حل

تحت تأثیر خطاهای اندازه‌گیری هستند. در مسایل بهینه‌سازی این خطاها یکی از منابع عدم قطعیت داده‌ها را تشکیل می‌دهند. در مدل‌های موجود تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری که شامل بودجه‌های جذب و نگهداری مشتری است برخی از پارامترهای مدل با پرسش از مدیریت تعیین می‌شود و از آنجایی که در دنیای واقعی کمتر برآوردی به موفقیت کامل در برآورد می‌انجامد، لذا این برآوردها دارای خطا می‌باشند و باعث به وجود آمدن عدم قطعیت می‌شود.

به طور کلی، در کاربردهای واقعی مسایل بهینه‌سازی، نمی‌توان از این مطلب چشم‌پوشی کرد که گاهی یک عدم قطعیت ناچیز در داده‌ها، می‌تواند حل بهینه موجود را کاملاً بی‌معنی کند. هنگامی که در یک مسأله برنامه‌ریزی ریاضی برخی پارامترهای تابع هدف غیرقطعی هستند، به دست آوردن مقدار بهینه آسان نیست. هم‌چنین اگر محدودیت‌ها دارای پارامترهای غیرقطعی باشند، هنگام تحقق برخی از مقادیر واقعی پارامترها، ممکن است که این محدودیت‌ها برآورده نشوند.

بهینه‌سازی استوار روشی برای برخورد با عدم قطعیت پارامترهای غیرقطعی مسایل بهینه‌سازی است که اخیراً توسعه یافته است. در این رویکرد بهینه‌سازی، بدترین حالت‌هایی را که ممکن است برای پارامترهای غیرقطعی تحقق یابد، بهینه می‌کنند. در این رویکرد به دنبال جواب‌های نزدیک به بهینه‌ای هستیم که با احتمال بالایی موجه باشند. به عبارت دیگر با کمی صرف نظر کردن از مقدار تابع هدف بهینه به دنبال جوابی هستیم که با احتمال بالایی جواب‌های واقعی بهتر از آن جواب باشند. از نظر سختی کار، بهینه‌سازی استوار، روشی متفاوت برای کنترل عدم قطعیت داده‌ها ارائه نموده است.

(۲-۲)

$$Ax = b$$

(۳-۲)

$$Bx + Cy = e$$

(۴-۲)

$$x, y \geq 0$$

در این مدل $x \in R^{n_1}$ در نظر گرفته می‌شود که R^{n_1} یک بردار از متغیرهای طراحی است و $y \in R^{n_2}$ که R^{n_2} یک بردار از متغیرهای کنترل است. معادله (۲-۲) محدودیت ساختاری است و ضرایب آن ثابت و بدون تغییر است. در حالی که معادله (۳-۲) محدودیت کنترلی است و ضرایب آن در معرض تغییر قرار دارند. معادله (۴-۲) غیر منفی بودن بردارها را برآورده می‌نماید.

مسائل مدل‌سازی شده به وسیله بهینه‌سازی استوار شامل یک مجموعه از سناریوها $\Omega = \{1, 2, \dots, \zeta\}$ است، تحت هر یک از سناریوهای $\zeta \in \Omega$ ضرایب مربوط به محدودیت‌های کنترل با احتمال ثابت P_{ζ} عبارت خواهند بود از $\{d_{\zeta}, B_{\zeta}, C_{\zeta}, e_{\zeta}\}$ که P_{ζ} نشان‌دهنده احتمال وقوع سناریو ζ است و مجموع احتمال وقوع سناریوهای مختلف برابر یک است. جواب بهینه این مدل، با در نظرگیری بهینگی، پایدار خواهد بود، اگر برای هر یک از سناریوهای $\zeta \in \Omega$ که محقق می‌شود، «نزدیک» به بهینه باقی بماند، این را پایداری پاسخ گویند. همچنین، مدل پایدار است، اگر با توجه به عملی بودن با تحقق هر یک از سناریوهای $\zeta \in \Omega$ ، پاسخ تقریباً عملی بماند. این را پایداری مدل می‌گویند. مفهوم «نزدیک» و «تقریباً» از طریق انتخاب نرم‌ها و قواعدی قابل شفاف‌سازی است. احتمال بسیار پایینی وجود دارد که

«پایدار» نامیده می‌شود؛ اگر با تغییرات کوچک در داده‌های ورودی تقریباً «عملی» بماند. این امر به عنوان پایداری مدل در نظر گرفته می‌شود.

ملوی، یک مدل عمومی برای بهینه‌سازی استوار، ارائه نموده است در روش پیشنهادی وی، قواعد برنامه‌ریزی آرمانی با داده‌های ورودی توصیف شده بر اساس سناریو، ترکیب و یکپارچه‌سازی شده است. این مدل، یک مجموعه از پاسخ‌هایی را که به صورت تدریجی حساسیتشان نسبت به تحقق داده‌های ورودی یک سناریو کاهش می‌یابد، تولید می‌نماید.

ملوی برای تعریف این مدل بهینه‌سازی استوار، دو مجموعه متغیر تعریف می‌کند که عبارتند از: کنترل و طراحی. یک متغیر کنترل وقتی پارامترهای دارای عدم قطعیت مشاهده می‌شوند، در معرض تعدیل و تنظیم قرار می‌گیرد، اما برخلاف آن، یک متغیر طراحی، نمی‌تواند با تحقق یک مجموعه خاص از داده‌های مشاهده‌شده، تعدیل و تنظیم شود.

این مدل، دارای دو دسته محدودیت متمایز است: محدودیت‌های ساختاری و محدودیت‌های کنترلی. محدودیت‌های ساختاری با پیروی از دیدگاه برنامه‌ریزی خطی مدل‌سازی می‌شوند و داده‌های ورودی آن‌ها، بدون هر گونه تغییری هستند. در صورتی که، محدودیت‌های کنترلی که به عنوان محدودیت‌های کمکی در نظر گرفته می‌شوند، تحت تأثیر تغییر داده‌های ورودی قرار می‌گیرند.

فرم کلی این مدل بهینه‌سازی استوار به صورت زیر ارائه می‌گردد:

(۱-۲)

$$\text{Min } c^T x + d^T y$$

s.t.

خطی به کار می‌رود، مدل در آنالیز بدترین حالات، حداکثر مقدار این تابع را حداقل می‌نماید و تابع هدف به صورت $\delta(.) = \text{Max}_{\xi \in \Omega} \xi$ تعریف می‌گردد (مولووی، ۱۹۹۵).

برای دست‌یابی به یک جواب نزدیک به بهینه استوار، می‌توان عبارت اول تابع هدف را به امید ریاضی و واریانس تبدیل کرد. به عبارت دیگر می‌توان مقدار مورد انتظار تابع هدف را در یک سناریو بهینه کرد و همچنین با کمینه کردن واریانس تابع هدف در سناریوهای مختلف، درجه ریسک مدل را پایین آورد تا جواب به دست آمده استوار باشد. برای رسیدن به این هدف فرض کنید که تابع هدف در سناریوی ξ به صورت $\xi = c^T x + d^T y$ نشان داده می‌شود. در این صورت می‌توان آن را به شکل زیر به امید ریاضی و واریانس تبدیل کرد:

$$(۹-۲)$$

$$\sigma(.) = \sum_{\xi \in \Omega} p_{\xi} \xi + \lambda \sum_{\xi \in \Omega} p_{\xi} (\xi - \sum_{\xi' \in \Omega} p_{\xi'} \xi')^2$$

در رابطه (۹-۲) پارامتر λ درجه ریسک‌پذیری مدل‌ساز را نشان می‌دهد. همان‌طور که در رابطه (۹-۲) مشخص است یک عبارت درجه دوم در تابع هدف وجود دارد (یو و لی، ۲۰۰۰). به جای عبارت درجه دوم رابطه (۹-۲) از یک عبارت قدر مطلق به صورت زیر استفاده کردند:

$$(۱۰-۲)$$

$$\sigma(.) = \sum_{\xi \in \Omega} P_{\xi} \xi + \lambda \sum_{\xi \in \Omega} \left| \xi - \sum_{\xi' \in \Omega} P_{\xi'} \xi' \right|$$

اگرچه تابع هدف (۱۰-۲) دارای عبارت قدر مطلق است می‌توان به راحتی با استفاده از متغیر θ آن را به صورت زیر به تابع هدف خطی تبدیل کرد:

هر پاسخ به دست آمده از مدل فوق، برای کلیه سناریوهای مشخص شده $\xi \in \Omega$ هم‌عملی و هم‌بهینه باشد. بنابراین، لازم است که مقداری برای تبادل میان پایداری مدل و پاسخ در نظر گرفته شود. در مدل پیشنهادی ملوی، امکان این تبادل منظور شده است.

برای طراحی این مدل پیش از سایر موارد، متغیر کنترلی z_{ξ} را برای هر سناریو $\xi \in \Omega$ و بردار z_{ξ} که غیرعملی بودن مجاز را در محدودیت‌های کنترلی، تحت سناریوی ξ اندازه‌گیری خواهد نمود، تعیین می‌شوند. سپس، یک مدل بهینه‌سازی استوار بر اساس مسأله برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده فوق به صورت زیر مدل می‌گردد:

$$(۵-۲)$$

$$\text{Min } \sigma(x, y_1, \dots, y_{\xi}) + w\rho(z_1, \dots, z_{\xi})$$

s.t.

$$(۶-۲)$$

$$Ax = b$$

$$(۷-۲)$$

$$B_{\xi}x + C_{\xi}y_{\xi} + z_{\xi} = e \quad \forall \xi \in \Omega$$

$$(۸-۲)$$

$$x \geq 0, y_{\xi} \geq 0 \quad \forall \xi \in \Omega$$

اولین عبارت تابع هدف، استواری جواب و عبارت دوم استواری مدل را نشان می‌دهد. با در نظرگیری چندین سناریوی مختلف، تابع هدف $\xi = c^T x + d^T y$ تبدیل به یک متغیر تصادفی می‌شود که تحت سناریو $\xi \in \Omega$ با احتمال P_{ξ} دارای ارزشی معادل $\xi = c^T x + d^T y$ خواهد بود. بنابراین، دیگر یک گزینه برای تابع هدف وجود ندارد. ملوی از مقدار متوسط $\sum_{\xi \in \Omega} P_{\xi} \xi$ استفاده نموده است. این تابع در برنامه‌ریزی احتمالی

مدل استوار پیشنهادی تخصیص بودجه با

هدف بیشینه‌سازی CE

در این تحقیق، جهت استوارسازی مدل عمومی تخصیص منابع از رویکرد استوار سناریو محور ملوی (۱۹۹۵) استفاده شده است، لذا با استفاده از این رویکرد می‌توان مدل استوار مسأله تخصیص بودجه را به صورت مدل زیر نوشت؛

(۱-۳)

$$\begin{aligned} \text{Max CE} = & \sum_{s=1}^N \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} n_s (a_{\zeta}^s m_s - A_s + \frac{a_{\zeta}^s}{1+d-r_{\zeta}^s} (m_s r_{\zeta}^s - R_s)) \\ & - \lambda \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \left[\left(CE_{\zeta} - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} CE_{\zeta'} \right) + 2\theta_{\zeta} \right] - w \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \sum_{s=1}^N ((z_{1s}^{\zeta})^2 + (z_{2s}^{\zeta})^2) \end{aligned}$$

S.t.

(۲-۳)

$$a_{\zeta}^s k_1^s + a_{\zeta}^s A_s^{b_1} + z_{1s}^{\zeta} = a_{\zeta}^{0s} k_1^s A_j + c_{a_{\zeta}^s}^s A_s^{b_1} \quad \forall s, \forall \zeta$$

(۳-۳)

$$r_s^{\zeta} k_2^s + r_s^{\zeta} R_s^{b_2} + z_{2s}^{\zeta} = r_s^{0\zeta} k_2^s R_j + c_{r_s^{\zeta}}^s R_s^{b_2} \quad \forall s, \forall \zeta$$

(۴-۳)

$$\sum_{s=1}^N n_s (A_s + a_s R_s) \leq B \quad \forall \zeta$$

(۱۱-۲)

$$\text{Min } \sigma(.) = \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \xi_{\zeta} + \lambda \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \left[\left(\xi_{\zeta} - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} \xi_{\zeta'} \right) + 2\theta_{\zeta} \right]$$

S.t.

(۱۲-۲)

$$\xi_{\zeta} - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} \xi_{\zeta'} + \theta_{\zeta} \geq 0 \quad \forall \zeta \in \Omega$$

دومین عبارت در تابع هدف، $w\rho(z_1, \dots, z_2)$

یک تابع جریمه عملی نبودن است که برای جریمه نمودن تخطی از محدودیت‌های کنترل تعدادی از سناریوها استفاده می‌شود تا از نقض شدن محدودیت‌ها در سناریوها جلوگیری کرده و استواری مدل را تضمین کند. تخطی از محدودیت‌های کنترل بدین معناست که راه‌حل‌های غیرعملی برای یک مسأله تحت برخی از سناریوها به دست آمده است (مولوای، ۱۹۹۵).

ضریب w نیز برای ارتباط بین "استواری جواب" و "استواری مدل" به کار می‌رود و مقدار آن توسط تصمیم‌گیر و مدل‌ساز تعیین می‌شود. نوع تابع جریمه مورد استفاده در مدل به مسأله بستگی دارد. اما ملوی دو گزینه زیر را پیشنهاد نموده است:

$$\rho(z_1, \dots, z_{\zeta}) = \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} z_{\zeta}^T z_{\zeta}$$

دو برای محدودیت‌های کنترلی تساوی که در آن‌ها هر دو انحراف مثبت و منفی نامطلوب است به کار می‌رود. در نتیجه مدل برنامه‌ریزی درجه دو خواهد شد.

$$\rho(z_1, \dots, z_{\zeta}) = \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \max \{0, z_{\zeta}\}$$

نوع تابع جریمه در محدودیت‌های کنترلی به صورت نامعادله که در آن‌ها فقط انحراف مثبت نامطلوب است به کار می‌رود (مولوای، ۱۹۹۵). لذا مدل نهایی به شکل زیر در می‌آید:

$$\text{Min } \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \xi_{\zeta} + \lambda \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} \left[\left(\xi_{\zeta} - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} \xi_{\zeta'} \right) + 2\theta_{\zeta} \right] + w \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} z_{\zeta}^T z_{\zeta}$$

اولین و دومین عبارت تابع هدف (۳-۱۲) به ترتیب (۵-۳)

$$CE_{\zeta} - \sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} CE_{\zeta} + \theta_{\zeta} \geq 0 \quad \forall \zeta$$

نشان‌دهنده امید ریاضی و واریانس است و استواری

جواب را تضمین می‌کند و آخرین عبارت تابع هدف

$$\sum_{\zeta \in \Omega} p_{\zeta} = 1$$

یک تابع جریمه عملی نبودن است که جهت جریمه

نمودن تخطی از محدودیت‌های کنترل تعدادی از

سناریوها استفاده می‌شود تا از نقض شدن محدودیت‌ها

در سناریوها جلوگیری کرده و استواری مدل را نشان

می‌دهد. محدودیت‌های (۳-۲) و (۳-۳) محدودیت‌های

کنترلی نرخ‌های جذب و نگهداری در هر بخش بازار و

در هر سناریو ζ را نشان می‌دهند. محدودیت (۳-۴)

محدودیت بودجه در تخصیص بودجه‌های جذب و

نگهداری را نشان می‌دهد. محدودیت (۳-۵) جهت

خطی‌سازی عبارت دوم تابع هدف وارد مدل می‌شود.

محدودیت (۳-۶) نشان‌دهنده آن است که مجموع

احتمال رخداد کلیه سناریوها برابر یک است و

محدودیت (۳-۷) نشان‌دهنده تابع هدف در سناریوی

ζ است.

برای دست‌یابی به یک جواب نزدیک به بهینه

استوار، می‌توان مقدار مورد انتظار تابع هدف را در

هریک از سناریوها بهینه کرد و همچنین با کمینه کردن

واریانس تابع هدف در سناریوهای مختلف، درجه

ریسک مدل را پایین آورد تا جواب بدست آمده استوار

باشد.

اعتبارسنجی مدل با استفاده از داده‌های

مطالعات پیشین

نمونه اول بر اساس نمونه‌ای از دنیای واقعی که از

برگز و داگ گرفته شده است، ارائه می‌شود. یک

شرکت بیمه ۶۰ میلیون واحد پولی را به عنوان بودجه

بازاریابی صرف فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری

می‌کند و می‌خواهد بودجه‌اش را در یک بازار

$$CE_{\zeta} = \sum_{s=1}^N n_s (a_s^{\zeta} m_s - A_s + \frac{a_s^{\zeta}}{1+d-r_s^{\zeta}} (m_s r_s^{\zeta} - R_s)) \quad \forall s, \forall \zeta$$

$$A_s, R_s \geq 0$$

در مدل فوق سایر پارامترها و متغیرها به صورت زیر

تعیین می‌شوند:

n_s : تعداد مشتریان بخش S

m_s : سود حاصل از یک مشتری بخش S

d : نرخ تنزیل مناسب

B : میزان بودجه تخصیص یافته به فعالیت‌های

جذب و نگهداری مشتری

a_s^{ζ} : نرخ جذب مشتری بخش S در سناریو ζ

r_s^{ζ} : نرخ نگهداری مشتری بخش S در سناریو ζ

$a_s^{0\zeta}$: حداقل نرخ جذب مشتری بخش S در

سناریو ζ

$r_s^{0\zeta}$: حداقل نرخ نگهداری مشتری بخش S در

سناریو ζ

$c_{a\zeta}^s$: حداکثر نرخ جذب قابل حصول بخش S در

سناریو ζ

$c_{r\zeta}^s$: حداکثر نرخ نگهداری قابل حصول بخش S

در سناریو ζ

λ : درجه ریسک‌پذیری

P_{ζ} : احتمال رخداد سناریو ζ

Z_{1s}^{ζ} : بردار جریمه نرخ جذب بخش S در سناریو ζ

Z_{2s}^{ζ} : بردار جریمه نرخ نگهداری بخش S در

سناریو ζ

این مدل با فرض قطعی بودن پارامترها را می‌توان به شکل زیر مدلسازی نمود. مدل قطعی به شکل زیر خواهد بود:

(۱۰-۳)

$$\text{Max } CE = 1000000 (400a_1 - A_1 + \frac{a_1}{1.2 - r_1} (400r_1 - R_1)) \quad (11-3)$$

$$a_1 = a_1^0 + (c_a^1 - a_1^0) \frac{A_1^{1.93}}{472.23 + A_1^{1.93}} \quad (12-3)$$

$$r_1 = r_1^0 + (c_r^1 - r_1^0) \frac{R_1^{3.04}}{10271.23 + R_1^{3.04}} \quad (13-3)$$

$$1000000 (A_1 + a_1 R_1) \leq 60,000,000$$

$$A_1, R_1 \geq 0$$

پس از حل مدل قطعی به کمک نرم افزار GAMS

برای این نمونه جواب زیر به دست می‌آید:

$$A_1 = 40.48, R_1 = 44.41, CE = 276,022,800$$

برای به کارگیری روش جدید پیشنهادی ابتدا

تعدادی سناریو تصادفی برای پارامترهای غیر قطعی

ایجاد می‌نماییم:

یک بخشی بین این دو فعالیت توزیع کند. جمعیت این بازار یک میلیون نفر است. سود به ازای هر مشتری ۴۰۰ واحد پولی است و نرخ تنزیل ۲۰٪ در نظر گرفته شده است. پارامترهای غیر قطعی حداقل و حداکثرهای نرخ جذب و نگهداری با پرسش از مدیریت به دست آمده است: $c_r^1 = 0.65, r_1^0 = 0.05, c_a^1 = 0.60, a_1^0 = 0.01$ فرض کنید دو نقطه دیگر برای برآورد منحنی جذب به شرح زیر باشند (۱) ۱۰ واحد پولی به ازای هر مشتری منجر به نرخ جذب ۱٪ می‌شود، (۲) ۲۰ واحد پولی به ازای هر مشتری منجر به نرخ جذب ۲۵٪ می‌شود. برای برآورد منحنی نگهداری نیز نقاط زیر به دست آمده است: (۱) ۲۰ واحد پولی به ازای هر مشتری منجر به نرخ نگهداری ۳۳٪ می‌شود، (۲) ۳۰ واحد پولی به ازای هر مشتری منجر به نرخ نگهداری ۵۰٪ می‌گردد. با توجه به اطلاعات فوق می‌توان توابع پاسخ نرخ جذب و نگهداری را به شکل زیر تهیه نمود:

(۸-۳)

$$a_1 = a_1^0 + (c_a^1 - a_1^0) \frac{A_1^{1.93}}{472.23 + A_1^{1.93}} \quad (9-3)$$

$$r_1 = r_1^0 + (c_r^1 - r_1^0) \frac{R_1^{3.04}}{10271.23 + R_1^{3.04}}$$

جدول ۱- سناریوهای محتمل

سناریو	حداقل نرخ جذب (a_s^0)	حداکثر نرخ جذب (c_a^s)	حداقل نرخ نگهداری (r_s^0)	حداکثر نرخ نگهداری (c_r^s)
۱	۰,۰۳	۰,۶۰	۰,۰۷	۰,۷۰
۲	۰,۰۱	۰,۵۶	۰,۰۵	۰,۶۵
۳	۰,۰۲	۰,۵۱	۰,۰۶	۰,۶۸
۴	۰,۰۰۸	۰,۵۰	۰,۰۴	۰,۵۹

احتمال رخداد هر سناریو ۰,۲۵. به این ترتیب می‌توان مدل استوار مذکور را به شکل زیر نوشت:

$$\text{Max } CE = 1000000 \left(400a_1^\zeta - A_1 + \frac{a_1^\zeta}{1.2 - r_1^\zeta} (400r_1^\zeta - R_1) - \lambda \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta \left[\left(\xi_\zeta - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} \xi_{\zeta'} \right) + 2\theta_\zeta \right] - w \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta ((z_{11}^\zeta)^2 + (z_{21}^\zeta)^2) \right) \quad (14-3)$$

s.t.

$$a_1^\zeta \times 472.43 + a_1^\zeta A_1^{1.93} + z_{11}^\zeta = a_1^{0\zeta} \times 472.43 + c_{a_1^\zeta}^1 A_1^{1.93} \quad \forall \zeta \quad (15-3)$$

$$r_1^\zeta \times 10271.23 + r_1^\zeta R_1^{3.04} + z_{21}^\zeta = r_1^{0\zeta} \times 10271.23 + c_{r_1^\zeta}^1 R_1^{3.04} \quad \forall \zeta \quad (16-3)$$

$$1000000 \times (A_1 + a_1 R_1) \leq 600000000 \quad (17-3)$$

$$\xi_\zeta - \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta \xi_\zeta + \theta_\zeta \geq 0 \quad \forall \zeta \quad (18-3)$$

$$\sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta = 1 \quad (19-3)$$

$$\xi_\zeta = 1000000 \left(a_1^\zeta \times 400 - A_1 + \frac{a_1^\zeta}{1 + d - r_1^\zeta} (400 \times r_1^\zeta - R_1) \right) \quad \forall \zeta \quad (20-3)$$

$$A_1, R_1 \geq 0$$

اگر هریک از سناریوها به عنوان مقادیر قطعی پارامترها فرض شود، مقادیر متغیرها و تابع هدف به صورت زیر به

دست می‌آید:

جدول ۲- مقادیر متغیرها و تابع هدف در حالت قطعی

سناریو	هزینه جذب به ازای هر مشتری (A)	هزینه نگهداری به ازای هر مشتری (R)	ارزش ویژه مشتری (CE)
۱	۳۹,۷۱۶	۴۶,۰۲۱	۳۰۶۶۷۹۷۱۲
۲	۴۱,۲۰۶	۴۵,۳۸۲	۲۵۷۹۱۱۹۱۴
۳	۴۱,۷۵۵	۴۷,۷۰۲	۲۵۰۱۰۸۰۲۸
۴	۴۲,۹۹۲	۴۵,۰۹۰	۲۰۶۲۲۳۲۴۷

اساس مدل استوار پیشنهادی به دست می‌آید، سایر مقادیر نیز در جدول ذیل آمده است:

حال با در نظر گرفتن غیرقطعی بودن پارامترها و در نظر گیری چندین سناریو مختلف، دیگر یک گزینه برای تابع هدف وجود ندارد و مقدار تابع هدف بر

جدول ۳- مقادیر بهینه متغیرها و تابع هدف در حالت غیرقطعی

سناریو	هزینه جذب به ازای هر مشتری (A)	هزینه نگهداری به ازای هر مشتری (R)	ارزش ویژه مشتری (CE) در هر سناریو $(CE_{\zeta} = f(A_{\zeta}, R_{\zeta}))$	نسبت جواب استوار به جواب قطعی
۱	۴۱,۰۳۰	۴۷,۳۷۴	۲۸۱۲۱۵۸۳۸	۰,۹۱۶
۲	۴۱,۵۷۵	۴۵,۷۱۶	۲۳۳۲۴۵۰۱۶	۰,۹۰۴
۳	۴۱,۱۱۹	۴۷,۱۰۱	۲۲۳۳۲۳۷۷۳	۰,۸۹۲
۴	۴۲,۰۸۵	۴۴,۱۹۱	۱۸۳۶۶۸۸۴۳	۰,۸۹۰

ضریب w برای ارتباط بین "استواری جواب" و "استواری مدل" به کار می‌رود و مقدار آن توسط تصمیم‌گیر و مدل‌ساز تعیین می‌شود. در اینجا با افزایش مقدار w مقدار تابع هدف همواره بدتر می‌شود.

اعتبارسنجی مدل با استفاده از مطالعه موردی یکی از بانک‌های کشور

زمینه انجام تحقیق صنعت بانکداری و مورد مطالعاتی یکی از بانک‌های کشور است. در حالت اول فرض می‌کنیم بازار هدف یک‌بخشی است. بودجه کل بازاریابی این بانک، ۲۰ میلیارد ریال است، این بانک می‌خواهد کل بودجه‌اش را بین فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری یک بازار یک‌بخشی توزیع کند. جمعیت این بازار ۸ میلیون نفر است. سود به ازای هر مشتری ۱۶۰ هزار ریال و نرخ تنزیل ۲۰٪ گرفته شده است. در ادامه لازم است برای تعیین پارامترهای مجهول از قضاوت خبرگان بانکی استفاده نماییم.

- تهیه سناریوها بر اساس نظرات خبرگان بانکی

برای استفاده از رویکرد پیشنهادی ملوی ابتدا سناریوهایی بر اساس نظر خبرگان بانکی تعریف می‌گردد که شامل ۳۰ سناریو است. این سناریوها بر اساس پاسخ پرسش‌هایی که از مدیران به دست آورده‌ایم معرفی می‌کنیم. لذا پرسش‌های زیر از مدیران بخش تجهیز منابع و بازاریابی پرسیده می‌شود:

- بهترین برآورد از کمترین مقدار نرخ جذب مشتریان چیست؟
 - بهترین برآورد از سقف مقدار نرخ جذب مشتریان چیست؟
 - بهترین برآورد از کمترین مقدار نرخ نگهداری مشتریان چیست؟
 - بهترین برآورد از سقف مقدار نرخ نگهداری مشتریان چیست؟
- جدول زیر شامل اطلاعات مربوط به هر سناریو است:

جدول ۴- سناریوهای ایجادشده بر اساس نظر خبرگان

سناریو	حداقل نرخ جذب (a_s^0)	حداکثر نرخ جذب (c_a^s)	حداقل نرخ نگهداری (r_s^0)	حداکثر نرخ نگهداری (c_r^s)
۱	۰,۰۰۹	۰,۳۱	۰,۰۱۶	۰,۵۰
۲	۰,۰۰۵	۰,۳۲	۰,۰۱۱	۰,۴۵
۳	۰,۰۰۸	۰,۳۵	۰,۰۱	۰,۴۱
۴	۰,۰۱۱	۰,۳۶	۰,۰۲	۰,۵۰
۵	۰,۰۰۹	۰,۳۸	۰,۰۱۵	۰,۴۵
۶	۰,۰۱۷	۰,۳۸	۰,۰۲۴	۰,۵۱
۷	۰,۰۱۹	۰,۴۱	۰,۰۳۱	۰,۵۵
۸	۰,۰۱	۰,۴۳	۰,۰۲۱	۰,۶۰
۹	۰,۰۰۹	۰,۴۵	۰,۰۳	۰,۵۰
۱۰	۰,۰۱۸	۰,۴۵	۰,۰۲۶	۰,۵۱
۱۱	۰,۰۲۲	۰,۴۸	۰,۰۳	۰,۶۰
۱۲	۰,۰۲۶	۰,۴۸	۰,۰۳۳	۰,۵۵
۱۳	۰,۰۱۶	۰,۴۹	۰,۰۲	۰,۶۰
۱۴	۰,۰۱	۰,۵۰	۰,۰۵	۰,۶۰
۱۵	۰,۰۰۴	۰,۵۰	۰,۰۶	۰,۶۵
۱۶	۰,۰۱۲	۰,۵۱	۰,۰۳	۰,۶۰
۱۷	۰,۰۲۱	۰,۵۳	۰,۰۳	۰,۶۸
۱۸	۰,۰۳	۰,۵۵	۰,۰۴۲	۰,۶۳
۱۹	۰,۰۲	۰,۵۶	۰,۰۸	۰,۶۷
۲۰	۰,۰۲۸	۰,۵۶	۰,۰۴	۰,۶۵
۲۱	۰,۰۳۳	۰,۵۸	۰,۰۴۸	۰,۶۳
۲۲	۰,۰۴۵	۰,۵۹	۰,۰۵	۰,۶۵
۲۳	۰,۰۰۴	۰,۶۰	۰,۰۵۱	۰,۶۷
۲۴	۰,۰۰۵	۰,۶۰	۰,۰۹	۰,۷۰
۲۵	۰,۰۰۳	۰,۶۱	۰,۰۴۱	۰,۷۲
۲۶	۰,۰۰۶	۰,۶۳	۰,۰۷۱	۰,۷۱
۲۷	۰,۰۴۴	۰,۶۴	۰,۰۶	۰,۷۰
۲۸	۰,۰۰۷	۰,۶۶	۰,۱۰	۰,۷۴
۲۹	۰,۰۰۵	۰,۶۷	۰,۰۵۹	۰,۷۲
۳۰	۰,۰۶۱	۰,۷۰	۰,۰۷	۰,۷۵

احتمال رخداد کلیه سناریوها برابر و مجموع احتمال رخداد همه سناریوها برابر یک است. در حالت اول که بازار یک‌بخشی است، می‌توان مدل استوار مذکور را به شکل زیر نوشت:

$$\text{Max } CE = 8000000 (160000 a_1^\zeta - A_1 + \frac{a_1^\zeta}{1.2 - r_1^\zeta} (160000 r_1^\zeta - R_1)) - \lambda \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta \left[\left(\xi_\zeta - \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta \xi_\zeta \right) + 2\theta_\zeta \right] - w \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta ((z_{11}^\zeta)^2 + (z_{21}^\zeta)^2) \quad (21-3)$$

s.t.

$$a_1^\zeta \times 528.488 + a_1^\zeta A_1^{0.842} + z_{11}^\zeta = a_1^{0\zeta} \times 528.488 + c_{a_1^\zeta}^1 A_1^{0.842} \quad \forall \zeta \quad (22-3)$$

$$r_1^\zeta \times 4254.224 + r_1^\zeta R_1^{1.029} + z_{21}^\zeta = r_1^{0\zeta} \times 4254.224 + c_{r_1^\zeta}^1 R_1^{1.029} \quad \forall \zeta \quad (23-3)$$

$$8000000 \times (A_1 + a_1 R_1) \leq 20000000000 \quad 0 \quad (24-3)$$

$$\xi_\zeta - \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta \xi_\zeta + \theta_\zeta \geq 0 \quad \forall \zeta \quad (25-3)$$

$$\sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta = 1 \quad (26-3)$$

$$\xi_\zeta = 8000000 (a_1^\zeta \times 160000 - A_1 + \frac{a_1^\zeta}{1 + d - r_1^\zeta} (160000 \times r_1^\zeta - R_1)) \quad \forall \zeta \quad (27-3)$$

$$A_1, R_1 \geq 0$$

با در نظر گرفتن کلیه مشتریان در یک بخش و غیرقطعی بودن پارامترها و وجود چندین سناریو مختلف، مقادیر متغیرها و تابع هدف بر اساس مدل استوار فوق به دست می‌آید:

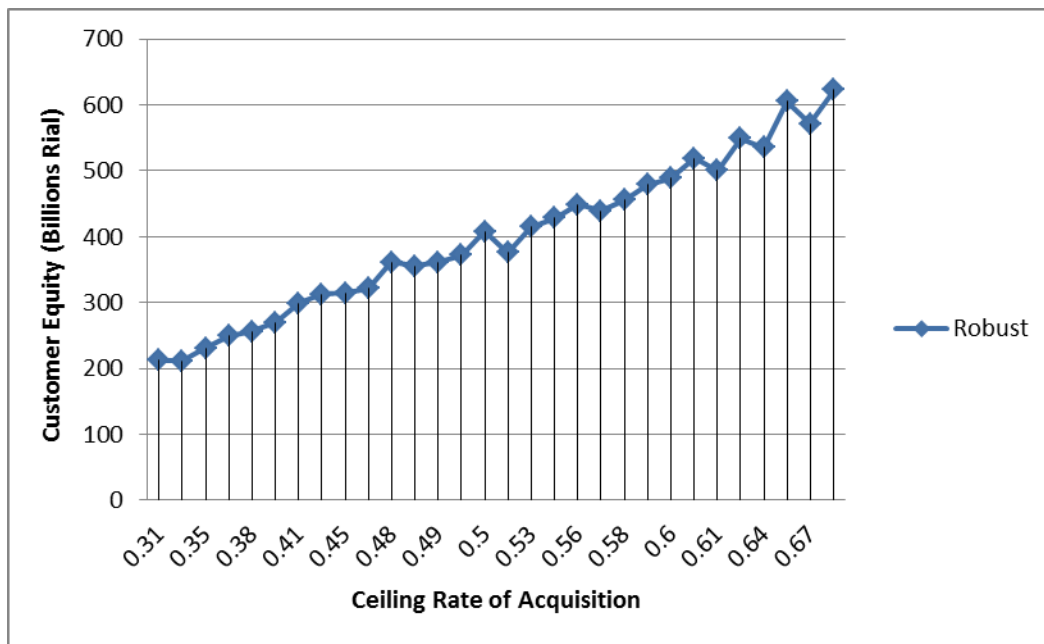
جدول ۵- مقادیر متغیرها و تابع هدف در حالت غیرقطعی (بازار یک‌بخشی)

سناریو	هزینه جذب به ازای هر مشتری (A)	هزینه نگهداری به ازای هر مشتری (R)	ارزش ویژه مشتری در هر سناریو (میلیارد ریال) $(CE_\zeta = f(A_\zeta, R_\zeta))$	نسبت جواب استوار به جواب قطعی
۱	۱۸۱۶	۲۳۰۵	۲۱۲,۳۹	۰,۸۳۷
۲	۱۹۱۰	۱۹۴۸	۲۱۱,۸۰	۰,۸۴۸
۳	۱۹۷۷	۱۷۰۵	۲۳۱,۱۱	۰,۸۶۲
۴	۱۸۳۲	۲۲۴۱	۲۴۹,۷۷	۰,۸۵۳
۵	۱۹۲۲	۱۹۰۶	۲۵۶,۷۲	۰,۸۶۴
۶	۱۸۰۷	۲۳۳۸	۲۶۹,۸۵	۰,۸۵۹
۷	۱۷۵۳	۲۵۴۸	۲۹۹,۳۰	۰,۸۶۴
۸	۱۷۰۰	۲۷۶۰	۳۱۳,۰۰	۰,۸۶۲
۹	۱۸۷۳	۲۰۸۵	۳۱۴,۴۰	۰,۸۷۶
۱۰	۱۸۲۸	۲۲۵۷	۳۲۰,۹۳	۰,۸۷۷
۱۱	۱۶۸۴	۲۸۲۶	۳۶۰,۹۱	۰,۸۸

۰,۸۸۳	۳۵۵,۶۸	۲۵۳۸	۱۷۵۶	۱۲
۰,۸۸۱	۳۶۱,۵۹	۲۷۸۲	۱۶۹۵	۱۳
۰,۸۸۳	۳۷۱,۵۰	۲۶۰۶	۱۷۳۸	۱۴
۰,۸۸۹	۴۰۸,۰۲	۳۲۴۹	۱۵۸۴	۱۵
۰,۸۸۵	۳۷۵,۷۳	۲۶۸۹	۱۷۱۸	۱۶
۰,۸۹۱	۴۱۵,۲۶	۳۲۹۳	۱۵۷۴	۱۷
۰,۸۹۹	۴۲۸,۸۳	۳۰۰۰	۱۶۴۲	۱۸
۰,۸۹۹	۴۴۸,۹۲	۳۰۲۶	۱۶۳۶	۱۹
۰,۹۰۱	۴۳۹,۱۷	۳۱۱۱	۱۶۱۶	۲۰
۰,۹۰۷	۴۵۵,۶۲	۲۹۸۲	۱۶۴۶	۲۱
۰,۹۱۳	۴۷۸,۷۷	۳۲۲۷	۱۵۸۹	۲۲
۰,۹۱۵	۴۸۸,۴۰	۳۳۰۱	۱۵۷۲	۲۳
۰,۹۱۸	۵۱۸,۶۵	۳۴۹۴	۱۵۲۸	۲۴
۰,۹۱۷	۵۰۰,۱۲	۳۵۷۳	۱۵۱۱	۲۵
۰,۹۳	۵۴۹,۰۷	۳۷۱۲	۱۴۸۱	۲۶
۰,۹۲۷	۵۳۵,۵۹	۳۴۸۹	۱۵۲۹	۲۷
۰,۹۴۲	۶۰۵,۳۳	۳۹۲۲	۱۴۳۶	۲۸
۰,۹۳۸	۵۷۱,۷۷	۳۶۷۵	۱۴۸۹	۲۹
۰,۹۵۲	۶۲۲,۸۳	۳۹۵۹	۱۴۲۸	۳۰

موجه است. با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف، برای برخی سناریوها جواب‌های حاصل از مدل قطعی موجه نیست اما برای همان سناریوها جواب بهینه استوار با کمی صرف نظر کردن از مقدار بهینه تابع هدف همچنان موجه و قابل قبول است. نمودار ۱ نیز نتایج را به ازای مقادیر مختلف حداکثر نرخ جذب نشان می‌دهد.

در جدول ۵ مقادیر متغیرهای هزینه جذب و هزینه نگهداری و ارزش ویژه مشتری برای کلیه سناریوها محاسبه شده است. ستون سمت چپ نیز نسبت میزان CE در حالت غیرقطعی را به میزان CE در حالت قطعی نشان می‌دهد. به ازای مقادیر مختلف پارامترهای غیر قطعی در سناریوهای مختلف مشاهده می‌کنیم هرچه مقدار سقف نرخ جذب افزایش می‌یابد جواب بهینه استوار به جواب قطعی نزدیک شده و در همه شرایط



نمودار ۱- تغییرات مقدار بهینه تابع هدف بر اساس تغییرات بیشینه نرخ جذب

۱۶۰ هزار ریال و نرخ تنزیل ۲۰٪ گرفته شده است. جمعیت بخش دوم ۸ هزار نفر و سود حاشیه‌ای به ازای هر مشتری ۳۵۰ هزار ریال است. در ادامه جهت استفاده از رویکرد پیشنهادی بر اساس نظر خبرگان، تعداد ۱۰ سناریو برای هر بخش بازار تهیه می‌نماییم. جدول زیر شامل اطلاعات مربوط به هر سناریو در هر بخش بازار است.

در حالت دوم بازار هدف را دو بخشی در نظر گرفته و مشتریان را به دو دسته مشتریان کلیدی و مشتریان معمولی تقسیم‌بندی می‌کنیم. این بانک می‌خواهد کل بودجه‌اش را بین فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری یک بازار دوبخشی توزیع کند. جمعیت بخش اول این بازار ۷ میلیون و ۹۹۲ هزار نفر است، برای بخش اول سود حاشیه‌ای به ازای هر مشتری

جدول ۶- سناریوهای محتمل در حالت بازار دوبخشی

سناریو	حداقل نرخ جذب (a_s^0)		حداکثر نرخ جذب (c_a^s)		حداقل نرخ نگهداری (r_s^0)		حداکثر نرخ نگهداری (c_r^s)	
	بخش ۱	بخش ۲	بخش ۱	بخش ۲	بخش ۱	بخش ۲	بخش ۱	بخش ۲
۱	۰,۰۷	۰,۰۵	۰,۶۶	۰,۶۲	۰,۱۰	۰,۱۱	۰,۷۴	۰,۷۵
۲	۰,۰۶	۰,۰۵	۰,۶۳	۰,۶۰	۰,۰۷۱	۰,۰۷۴	۰,۷۱	۰,۷۲
۳	۰,۰۵	۰,۰۴	۰,۶۰	۰,۵۸	۰,۰۹	۰,۰۸	۰,۷۰	۰,۷۳
۴	۰,۰۳۳	۰,۰۳	۰,۵۸	۰,۵۷	۰,۰۴۸	۰,۰۵	۰,۶۳	۰,۶۴
۵	۰,۰۲	۰,۰۳	۰,۵۶	۰,۵۵	۰,۰۸	۰,۰۸	۰,۶۷	۰,۶۹
۶	۰,۰۱	۰,۰۰۹	۰,۵۰	۰,۴۴	۰,۰۵	۰,۰۶	۰,۶۰	۰,۶۵

۰,۶۶	۰,۶۰	۰,۰۲۶	۰,۰۲	۰,۴۳	۰,۴۹	۰,۰۱	۰,۰۱۶	۷
۰,۵۴	۰,۵۰	۰,۰۴	۰,۰۳	۰,۴۰	۰,۴۵	۰,۰۰۷	۰,۰۰۹	۸
۰,۶۳	۰,۶۰	۰,۰۳	۰,۰۲۱	۰,۴۰	۰,۴۳	۰,۰۰۸	۰,۰۱	۹
۰,۵۴	۰,۵۰	۰,۰۲۴	۰,۰۲	۰,۳۵	۰,۳۶	۰,۰۰۹	۰,۰۱۱	۱۰

احتمال رخداد همه سناریوها برابر و مجموع احتمال
 که بازار شامل دو بخش است، می توان مدل استوار را به
 شکل زیر نوشت: رخداد کلیه سناریوها برابر یک است. برای این حالت

$$\text{Max } CE = 7992000 (160000 a_1^\zeta - A_1 + \frac{a_1^\zeta}{1.2 - r_1^\zeta} (160000 r_1^\zeta - R_1)) \quad (28-3)$$

$$+ 8000 (350000 a_2^\zeta - A_2 + \frac{a_2^\zeta}{1.2 - r_2^\zeta} (350000 r_2^\zeta - R_2)) - \lambda \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta \left[\left(\xi_\zeta - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} \xi_{\zeta'} \right) + 2\theta_\zeta \right]$$

$$- w \sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta (\sum_s (z_{1s}^\zeta)^2 + (z_{2s}^\zeta)^2)$$

s.t.

$$a_1^\zeta \times 488.158 + a_1^\zeta A_1^{0.814} + z_{11}^\zeta = a_1^{0\zeta} \times 488.158 + c_{a_1}^1 A_1^{0.814} \quad \forall \zeta \quad (29-3)$$

$$r_1^\zeta \times 24174.21 + r_1^\zeta R_1^{1.314} + z_{21}^\zeta = r_1^{0\zeta} \times 24174.21 + c_{r_1}^1 R_1^{1.314} \quad \forall \zeta \quad (30-3)$$

$$a_2^\zeta \times 119922 + a_2^\zeta A_2^{1.66} + z_{12}^\zeta = a_2^{0\zeta} \times 119922 + c_{a_2}^2 A_2^{1.66} \quad \forall \zeta \quad (31-3)$$

$$r_2^\zeta \times 13.375 + r_2^\zeta R_2^{0.295} + z_{22}^\zeta = r_2^{0\zeta} \times 13.375 + c_{r_2}^2 R_2^{0.295} \quad \forall \zeta \quad (32-3)$$

$$7992000 \times (A_1 + a_1 R_1) + 8000 \times (A_2 + a_2 R_2) \leq 20000000000 \quad 0 \quad (33-3)$$

$$\xi_\zeta - \sum_{\zeta' \in \Omega} p_{\zeta'} \xi_{\zeta'} + \theta_\zeta \geq 0 \quad \forall \zeta \quad (34-3)$$

$$\sum_{\zeta \in \Omega} p_\zeta = 1 \quad (35-3)$$

$$\xi_\zeta = 7992000 (a_1^\zeta \times 160000 - A_1 + \frac{a_1^\zeta}{1 + d - r_1^\zeta} (160000 \times r_1^\zeta - R_1)) + \quad (36-3)$$

$$8000 (a_2^\zeta \times 350000 - A_2 + \frac{a_2^\zeta}{1 + d - r_2^\zeta} (350000 \times r_2^\zeta - R_2)) \quad \forall \zeta$$

$$A_1, R_1, A_2, R_2 \geq 0$$

حال با توجه به غیرقطعی بودن پارامترها و با استفاده
 از مدل فوق مقادیر متغیرها و تابع هدف به صورت زیر
 به دست می آید:

جدول ۷- مقادیر متغیرها و تابع هدف در حالت غیرقطعی (بازار دوبخشی)

نسبت جواب استوار به جواب قطعی	ارزش ویژه مشتری در هر سناریو (میلیارد ریال) $(CE_{\zeta} = f(A_{\zeta}, R_{\zeta}))$	هزینه نگهداری به ازای هر مشتری (R)		هزینه جذب به ازای هر مشتری (A)		سناریو
		R_2	R_1	A_2	A_1	
۰,۹۱۱	۵۹۱۲۹۴۳۸۱۷۵۸	۱۴۸۰	۳۷۷۵	۲۸۲۳	۱۳۱۲	۱
۰,۹۰۸	۵۴۱۴۸۶۴۷۹۷۹۷	۱۵۱۷	۳۸۰۶	۲۸۴۶	۱۳۵۷	۲
۰,۹۰۵	۵۱۶۰۳۴۱۳۷۱۸۲	۱۶۵۳	۳۸۲۹	۲۹۰۷	۱۴۰۶	۳
۰,۸۹۳	۴۵۲۷۸۶۳۱۷۰۷۸	۱۵۰۲	۳۵۵۶	۳۰۱۸	۱۵۱۸	۴
۰,۸۹۷	۴۵۲۱۷۸۱۳۹۸۱۳	۱۶۳۸	۳۸۲۹	۲۹۶۴	۱۵۰۸	۵
۰,۸۸۸	۳۷۷۱۹۹۸۱۹۴۶۵	۱۸۴۲	۳۷۸۶	۲۹۴۲	۱۶۱۵	۶
۰,۸۹۳	۳۷۰۰۳۴۹۹۷۳۰۷	۱۹۸۰	۳۹۹۶	۲۹۱۵	۱۵۷۹	۷
۰,۸۷۵	۳۱۶۹۴۰۷۶۹۴۷۵	۱۷۲۸	۳۴۶۰	۳۰۶۱	۱۷۴۷	۸
۰,۸۸۵	۳۲۸۳۰۱۳۹۲۳۴۰	۲۰۵۵	۴۴۵۰	۲۹۶۴	۱۶۰۴	۹
۰,۸۸۲	۲۶۰۶۰۶۱۳۸۱۴۹	۲۲۰۷	۴۲۷۵	۳۱۵۰	۱۷۴۷	۱۰

استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار است؛ به نحوی که ارزش ویژه مشتری حداکثر گردد. این مسئله از آن جهت برای سازمان‌ها دارای اهمیت می‌باشد که ابزاری مناسب برای بهینه‌سازی سود در بلندمدت به حساب آمده و لذا سازمان‌ها می‌توانند با محاسبه CE، در جهت بیشینه‌سازی آن تلاش نمایند. در مدل بررسی شده، پارامترهایی که با پرسش از مدیریت استخراج می‌گردند، به دلیل خطایی که در برآورد آن‌ها وجود دارد، دارای عدم قطعیت می‌باشند؛ لذا بهینه‌سازی استوار (که از جمله رویکردهای جدید بهینه‌سازی در شرایط عدم اطمینان است)، به یافتن جوابی که در مقابل عدم قطعیت در داده‌های ورودی ایمن باشد، کمک می‌کند.

در این مقاله، پس از مدل‌سازی مساله قطعی تخصیص بودجه، با توجه به غیرقطعی در نظر گرفتن برخی از پارامترهای مدل (از جمله پارامترهای حداقل و حداکثر نرخ‌های جذب و نگهداری که بر اساس فرض،

محاسبات مشابهی برای حالت دوم نیز انجام شده است. همانطور که در جدول فوق مشاهده می‌شود به ازای مقادیر مختلف پارامترهای غیرقطعی در سناریوهای مختلف، هرچه مقدار سقف نرخ جذب افزایش می‌یابد جواب بهینه استوار به جواب قطعی نزدیک شده و در همه شرایط موجه است. همچنین جدول ۷ نشان می‌دهد در بخش اول بازار مقادیر هزینه‌های نگهداری مشتری بیش از هزینه‌های جذب مشتری است و در بخش دوم بازار که شامل مشتریان کلیدی و ویژه است، مقدار بیشتری از بودجه بازاریابی صرف جذب مشتریان این دسته می‌شود.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر هدف تخصیص بهینه بودجه‌های ارتباط با مشتری یا همان بودجه‌های بازاریابی به فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری با در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در برآورد برخی پارامترها با

- از آنجا که مشتری سرمایه سازمان در نظر گرفته می‌شود، این موضوع که کدام مشتری ارزشمندتر بوده و با بودجه محدود سازمان باید انتخاب شود، از اهمیت بالائی برخوردار است. لذا، استفاده از تئوری‌های پورتفولیو برای تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری به فعالیت‌های جذب و نگهداری مشتری پیشنهاد می‌گردد.

(۱) مقاله مستخرج از پایان‌نامه کارشناسی ارشد خانم فاطمه اشتیاقی می‌باشد که با عنوان: «تخصیص بهینه بودجه‌های ارتباط با مشتری با رویکرد بهینه‌سازی استوار در بیشینه‌سازی حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری (CE)» در دانشگاه تربیت مدرس به انجام رسیده است.

منابع

- ۱- آذر، عادل؛ نجفی، ابراهیم؛ نجفی، سجاد، مدلسازی ریاضی استوار رویکردی نوین در بودجه‌ریزی عمومی ایران، پژوهش‌های مدیریت در ایران، دوره ۱۵، شماره ۲، ۱۳۹۰.
- ۲- حاجی کریمی، عباسعلی؛ مکی‌زاده، محمد، بازاریابی رابطه‌مند (با رویکرد بازارهای تجاری)، تهران، ایران، شرکت چاپ و نشر بازرگانی، چاپ اول، ۱۳۸۹.
- ۳- محقر، علی؛ مهرگان، محمدرضا؛ نازآبادی، محمدرضا، بهینه‌سازی سبد محصولات صنایع خودروسازی با استفاده از بهینه‌سازی استوار، نشریه مدیریت صنعتی، دوره ۱، شماره ۲، ۱۳۹-۱۵۲، ۱۳۸۸.
- ۴- کوشا، حمیدرضا؛ تخصیص پویای بودجه‌های بازاریابی با هدف بیشینه‌سازی حقوق صاحبان سهام از ارزش مشتری، رساله دکتری مهندسی صنایع،

با قضاوت مدیریت تعیین می‌شود) مدل بهینه‌سازی استوار مسأله تخصیص بودجه‌های ارتباط با مشتری بر اساس رویکرد سناریو محور ملوی، فرموله گردید. چنانچه عدم قطعیت وجود نداشت، همان جواب‌های مدل قطعی را به دست می‌آوردیم. با این وجود، مدل استوار پیشنهادی هنگامی که عدم قطعیت وجود دارد، جواب‌های رضایت بخشی را فراهم می‌کند. با در نظر گرفتن سناریوهای مختلف، برای برخی سناریوها جواب‌های حاصل از مدل قطعی موجه نیست، اما برای همان سناریوها جواب بهینه استوار (با کمی صرف نظر کردن از مقدار بهینه تابع هدف) همچنان موجه و قابل قبول است. همانطور که مشخص است، به نظر می‌رسد جواب مدل استوار در همه شرایط پایدار باقی می‌ماند؛ در حالیکه اگر از مدل قطعی استفاده شود، جواب تحت تعدادی از سناریوها غیرموجه و در نتیجه غیرقابل استفاده می‌باشد. بنابراین، نتایج به دست آمده از مدل استوار برای مدیران و تصمیم‌گیرندگان نسبت به مدل‌های پیشین قابلیت اطمینان بیشتری دارد.

پیشنادهایی برای پژوهش‌های آتی

در اینجا پیشنهاداتی مطرح می‌گردد که برای تحقیقات آتی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد:

- استفاده از رویکردهای دیگر بهینه‌سازی استوار در شرایطی که عدم قطعیت وجود دارد و مقایسه مدل پیشنهادی با مدل‌های استوار موجود در ادبیات پیشنهاد می‌گردد.
- استفاده از روش‌های فرا ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک یا الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای پیدا کردن جواب بهینه استوار برای کاهش خطای تقریب مدل پیشنهاد می‌گردد.

- 16- Blattberg, R. C., and Deighton, J. (1996). Manage marketing by the customer equity test. *Harvard Business Review*, 74, 136-144.
- 17- Bozorgi-Amiri, A., Jabalameli, M.S. and Mirzapour Al-e-Hashem S. M. J. (2011). A multi objective robust stochastic programming model for disaster relief logistics under uncertainty. Springer-verlag.
- 18- Chawanuan, K., Sojin, J. and Kittichai, W., (2015), "Building customer equity through trust in social networking sites: a perspective from Thai consumers", *Journal of Research in Interactive Marketing*, V. 9, Issue. 2.
- 19- Diez, M. and Peri, D. (2010). Robust optimization for ship conceptual design. *Ocean Engineering*, 37, 966-977.
- 20- Dong, W. (2008). The Role of Contact Channel Orientation in Customer Equity Management. PhD, Boston University.
- 21- Dong, W., Swain, S. D., and Berger, P. D. (2007). The role of channel quality in customer equity management. *Journal of Business Research*, 60, 1243-1252.
- 22- Ehrgott, M., Klamroth, K., Schwehm, C. (2004). An MCDM approach to portfolio optimization, *European Journal of Operational Research*, 155, 752-770.
- 23- El-Ghaoui, L., and Lebret H. (1997). Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices. *SIAM journal on matrix Analysis and Applications*, 18, 1035-1064.
- 24- El-Ghaoui, L., Oustry, f., and Lebret, H. (1997). Robust solutions to to uncertain semidefinite orograms. *SIAM journal on optimization*, 9, 33-52.
- 25- Gregory, C., Darby-Dowman, K., and Mitra, G. (2011). Robust optimization and portfolio selection: The cost of robustness. *European Journal of Operational Research*, 417-428.
- 26- Gupta, P; Mehlawat, M. K; Saxena, A. (2008). Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming. *Information Sciences*, 178, 1734-1755.
- 27- Huang, X. (2007). A new perspective for optimal portfolio selection with random fuzzy returns. *Journal of Information Sciences*, 177, 5404-5414.
- دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس،
۱۳۹۰.
- 5- Albadvi, A., and Koosha, H. (2011). A robust optimization approach to allocation of marketing budgets. *Management Decision*, 601-621.
- 6- Aravindakshan, A., Rust, R.T., Lemon, K.N., Zeithaml, V.A. (2004). Customer Equity: Making Marketing Strategy Financially Accountable. *Journal Of Systems Science And Systems Engineering*.
- 7- Asamoah, E., (2014), "Customer based brand equity (CBBE) and the competitive performance of SMEs in Ghana", *Journal of Small Business and Enterprise Development*, V. 21, Issue. 1.
- 8- Ben-Tal, A., and Nemirovski, A. (1999). Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical Programming*, 411-424.
- 9- Ben-Tal, A., and Nemirovski, A. (2000). Robust optimization – methodology and applications. *Mathematical Programming*, 453-480.
- 10- Ben-Tal, A., El Ghaoui, L., and Nemirovski, A. (2009). *Robust Optimization*. Princeton University Press Princeton and Oxford.
- 11- Berger, P. D., and Bechwati, N. N. (2001). The allocation of promotion budget to maximize customer equity. *Omega: Int. J. Manag. S*, 29, 49-62.
- 12- Bertsimas, D., and Sim, M. (2003). Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming*, B, 49-71.
- 13- Bertsimas, D., and Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations Research*, 52, 35-53.
- 14- Bertsimas, D., and Thiele, A. (2006). A Robust Optimization Approach to Inventory Theory. *Operations Research*, 54, 150-168.
- 15- Beyer, H.G. and Sendhoff, B. (2007). Robust optimization – A comprehensive survey. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 196, 3190-3218.

- 35- Ramaseshan, B., Fazlul, K. and Rabbanee, L. (2013), "Effects of customer equity drivers on customer loyalty in B2B context", *Journal of Business & Industrial Marketing*, V. 28, Issue. 4.
- 36- Reinartz, W. J., Thomas, J. S., and Kumar, V. (2005). Balancing acquisition and retention resources to maximize customer profitability. *Journal of Marketing*, 63-79.
- 37- Sim, M. (2004). Robust optimization, Ph.D Thesis. MIT.
- 38- Soyster, A.L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operation Research*, 1154-1157.
- 39- Villanueva, J., and Hanssens, D. M. (2007). Customer Equity: Measurement, Management and Research Opportunities. *Foundations and Trends in Marketing*, 1, 1-95.
- 40- Wang, B., and He, S. (2009). Robust Optimization Model and Algorithm for Logistics Center Location and Allocation under Uncertain Environment. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 9, 69-74.
- 41- Yao, W., Chen, X., Luo, W., Tooren, M. (2011). Review of uncertainty-based multidisciplinary design optimization methods for aerospace vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*, 47, 450-479.
- 28- Janak, S.L., and Floudas, C.A. (2005). Advances in Robust Optimization Approaches for Scheduling under Uncertainty. *European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, 15, 1051-1056.
- 29- Luming, W. and Adam, F., (2013), "Heterogeneous sources of customer-based brand equity within a product category", *Marketing Intelligence & Planning*, V. 31, Issue. 6.
- 30- Maringer, D. (2005). Portfolio Management with Heuristic Optimization. *Advances in Computational Management Science*. Springer. Vol 8.
- 31- Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J., and Zenios, S.A. (1995). Robust Optimization of large- scale systems. *Operations Research*, 43, 2, 264-281.
- 32- Nikoofal, M., Sadjadi, S.J. (2008). A Robust Optimization Model for Resource Allocation Problem with Different Time Cycles. *Journal of Applied Sciences*, 8, 13, 2462-2467.
- 33- Oguzsoy, C., and Güven, S. (2007). Robust portfolio planning in the presence of market anomalies. *The international journal of management science*, 35, 1-6.
- 34- Rahmani, D., Ramezani, R., Fattahi, P. and Heydari, M. (2013). A robust optimization model for multi-product two-stage capacitated production planning under uncertainty. *Applied Mathematical Modelling*.